
Universidade Federal de Alagoas
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

**CADERNO ANPAD RACIOCÍNIO LÓGICO-QUANTITATIVO: SELEÇÃO DE
QUESTÕES RESOLVIDAS E PROPOSTAS (2010-2022)**

Prof. Felipe F. P. Souza
felipe.souza@feac.ufal.br

Maceió, 6 de outubro de 2022

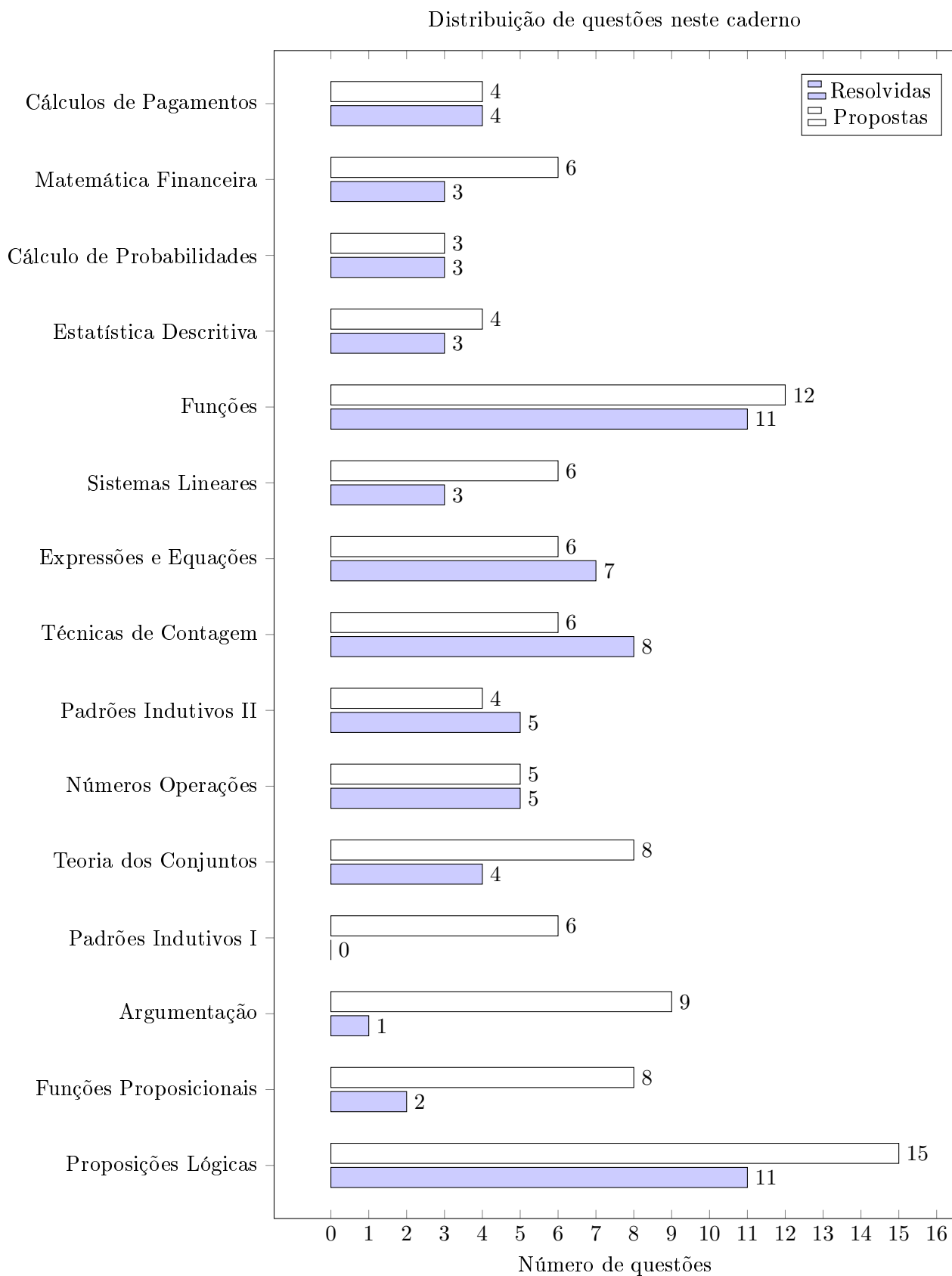
Sumário

Grupo de estudos	iii
Distribuição de questões neste caderno	iii
1 Proposições Lógicas	1
2 Funções Proposicionais	28
3 Argumentação	39
4 Padrões Indutivos I	50
5 Teoria dos Conjuntos	57
6 Números, Operações, Significados e Representações	70
7 Padrões Indutivos II	82
8 Técnicas de Contagem	90
9 Expressões e Equações Algébricas	105
10 Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes	119
11 Funções	129
12 Estatística Descritiva	153
13 Cálculo de Probabilidades	161
14 Matemática Financeira Elementar	168
15 Cálculos de Pagamentos, Perdas, Correções e Amortizações	178

Grupo de estudos

<https://chat.whatsapp.com/CHPotZ2KvTXHKhDsd0ydfX>

Distribuição de questões neste caderno



1 Proposições Lógicas

- Proposições lógicas simples;
- valor lógico;
- conectivos;
- proposições compostas e tabela verdade;
- proposição condicional;
- proposição bicondicional;
- negação de uma proposição;
- equivalência lógica entre proposições;
- tautologias;
- contradições;
- contingências.

“Não se preocupe muito com as suas dificuldades em Matemática, posso assegurar-lhe que as minhas são ainda maiores.” - A. Einstein

(1) ANPAD RLQ Q01 MAR 2020¹ Considere as proposições lógicas simples p e q definidas a seguir:

p : O carro de João não é azul nem é verde;

q : Jorge tem um carro amarelo, ou Roberto tem um carro amarelo.

Considere a proposição:

O fato de nem Jorge nem Roberto terem um carro amarelo é necessário para que o carro de João seja azul ou verde.

A última proposição dada é simbolicamente representável por:

A) $\sim (p \rightarrow q)$

B) $(\sim p) \wedge (\sim q)$

C) $(\sim p) \vee (\sim q)$

D) $(\sim q) \rightarrow (\sim p)$

E) $(\sim p) \rightarrow (\sim q)$

¹Resposta: E

(2) ANPAD RLQ Q02 MAR 2020² Sejam p e q proposições lógicas simples dadas e $E(p, q)$ uma proposição lógica composta a partir de p e q . Sabe-se que os valores lógicos assumidos pelas proposições p , q e $E(p, q)$ são tais que a proposição $E(p, q) \rightarrow [(\sim p) \vee q]$ é falsa.

É necessariamente falso o valor lógico da proposição

- A) $E(p, q) \rightarrow p$
- B) $E(p, q) \rightarrow (\sim q)$
- C) $E(p, q) \rightarrow (p \vee q)$
- D) $E(p, q) \rightarrow (p \wedge q)$
- E) $E(p, q) \rightarrow [p \wedge (\sim q)]$

²Resposta: D

(3) ANPAD RLQ Q03 SET 2020³ Maria postou um comentário irônico em uma mídia social:

“É verdade, ou se enganaram”, só que não (#sqn)!

Ou seja, a intenção de Maria era negar a proposição que está entre aspas. De forma logicamente equivalente, tal negação poderia ter se dado como:

- () Não é verdade, nem se enganaram.
- () É verdade, mas enganaram-se.
- () É mentira, ou enganaram-se.
- () Enganaram-se, mas não é verdade.
- () É mentira, ou não se enganaram.

³ *Resposta:*

(4) ANPAD RLQ Q10 SET 2020 O Edifício Liberdade é conhecido pelo fato de que há um gato residente em cada um de seus apartamentos.

Considere a proposição a seguir:

“Cada um dos gatos do Edifício Liberdade tem uma marca de ração que o agrada.”

A negação da proposição é logicamente equivalente à proposição:

- () Todo gato do Edifício Liberdade gosta de todas as marcas de ração.
- () Há pelo menos um gato no Edifício Liberdade que desgosta de todas as marcas de ração.
- () Há pelo menos um gato no Edifício Liberdade que gosta de todas as marcas de ração.
- () Todos os gatos do Edifício Liberdade gostam da mesma marca de ração.
- () Nenhum dos gatos do Edifício Liberdade tem uma ração que o agrada.

Resolução:

Negação da proposição:

“Há pelo menos um Cada um gato do Edifício Liberdade que não tem uma marca de ração que o agrada.”

Entre as alternativas, procuramos por uma que seja logicamente equivalente.

Resposta: B

(5) ANPAD RL Q17 MAR 2019⁴ Dadas três proposições lógicas simples, p , q e r , considere as duas proposições lógicas compostas dadas a seguir:

$$A : (p \rightarrow r) \rightarrow q$$

$$B : (p \wedge q) \vee (\sim r)$$

A proposição $A \rightarrow B$ é falsa se, e somente se, for verdadeiro:

a) $\sim r$

b) $q \wedge r$

c) $(\sim p) \vee r$

d) $p \wedge q \wedge r$

e) $(\sim p) \wedge q \wedge r$

⁴Resposta: e

(6) ANPAD RL Q16 MAR 2019⁵ Considere as proposições p e q definidas por:

p : No máximo 40 pessoas foram à festa.

q : Pelo menos 8 pessoas faltaram à festa.

A proposição composta $\sim (p \vee q)$ é logicamente equivalente à proposição:

- a) Menos de 8 pessoas faltaram à festa ou mais de 40 foram à festa.
- b) Menos de 8 pessoas faltaram à festa e mais de 40 foram à festa.
- c) À festa faltaram mais de 8 pessoas e foram menos de 40 pessoas.
- d) À festa foram entre 8 e 40 pessoas.
- e) À festa foram mais de 32 pessoas.

⁵Resposta: b

(7) ANPAD RL Q12 MAR 2019⁶ Considere as seguintes proposições lógicas:

p : A caneta de Maria é azul.

q : A caneta de João é azul.

r : Maria e João estão prontos para fazerem a prova.

A proposição $[(\sim p) \vee (\sim q)] \rightarrow (\sim r)$ é logicamente equivalente à proposição:

- a) Se Maria e João estão prontos para fazerem a prova, então as canetas dos dois são azuis.
- b) A caneta de Maria ou a de João não é azul, ou seja, alguém não está pronto para fazer a prova.
- c) Se Maria e João não estão prontos para fazerem a prova, então as canetas dos dois não são azuis.
- d) Se Maria e João não estão prontos para fazerem a prova, então a caneta de algum deles não é azul.
- e) Se as canetas de João e Maria são azuis, então eles estão prontos para fazerem a prova.

⁶Resposta: a

(8) ANPAD RL Q08 MAR 2019⁷ Dadas três proposições lógicas simples, p , q e r , considere as duas proposições lógicas compostas dadas a seguir:

$$C1 : p \wedge (q \vee r)$$

$$C2 : q \wedge (p \vee r)$$

A proposição $C1 \vee C2$ é falsa se, e somente se, entre as proposições p , q e r ,

- a) Todas forem falsas.
- b) Apenas uma for falsa.
- c) Pelo menos uma for falsa.
- d) Pelo menos duas forem falsas.
- e) Exatamente duas forem falsas.

⁷ Resposta: d

(9) ANPAD RL Q2 SET 2016 Considere as seguintes afirmações:

Afirmiação 1: A afirmação 2 é falsa.

Afirmiação 2: A afirmação 3 é verdadeira.

Afirmiação 3: A afirmação 4 é falsa.

Afirmiação 4: A afirmação 5 é verdadeira.

Afirmiação 5: A afirmação 6 é falsa.

Afirmiação 6: A afirmação 1 é falsa.

À luz da compatibilidade dos valores lógicos de cada uma das seis afirmações acima, tem-se, obrigatoriamente, que

- a) há apenas 1 afirmação verdadeira.
- b) há apenas 2 afirmações verdadeiras.
- c) há apenas 3 afirmações verdadeiras.
- d) há apenas 4 afirmações verdadeiras.
- e) todas as afirmações são verdadeiras.

Resolução:

A Afirmiação 1 pode ser verdadeira ou falsa. Assim é possível montar a seguinte tabela:

	A1	
	V	F
A2	F	V
A3	F	V
A4	V	F
A5	V	F
A6	F	V

Há um total de três afirmações verdadeiras para cada hipótese considerada.

Resposta: c

(10) ANPAD RL Q02 FEV 2017⁸ O fato de João ter ido ao cinema ou ao teatro é suficiente para Guilherme considerá-lo um amante das artes e um *bon vivant*.

Para Guilherme, não considerar João como um amante das artes é suficiente para garantir que João

- A) foi ao teatro, se, e somente se, for um *bon vivant*.
- B) é um *bon vivant*, se não tiver ido ao teatro.
- C) foi apenas ao cinema ou apenas ao teatro.
- D) foi ao cinema, se não tiver ido ao teatro.
- E) não foi ao cinema nem ao teatro.

⁸Resposta: E

(11) ANPAD RL Q13 SET 2016 Seja p uma proposição simples da Lógica Clássica.

Ainda que a proposição p não tenha sido explicitada, há como construir uma nova proposição que é logicamente equivalente à proposição p .

Um exemplo de tal nova proposição é:

- a) “A proposição p não é falsa”.
- b) “A proposição p não é verdadeira”.
- c) “A proposição p não foi explicitada”.
- d) “A proposição p é verdadeira ou falsa”.
- e) “A proposição p é logicamente equivalente a p ”.

Resolução:

p		
	V	F
Nova		
a)	V	F
b)	F	V
c)	F	F
d)	V	V
e)	V	V

Resposta: A

(12) ANPAD RL Q1 SET 2016 A afirmação a seguir, na forma $(p \vee q) \rightarrow r$, é verdadeira.

“Se tudo que punge o peito no rosto se estampa ou tudo que devora o coração no rosto se estampa, então não existe alguém cuja ventura única consista em parecer aos outros venturosa”.

Entretanto, sabe-se que há pessoas cuja ventura única consiste em parecer aos outros venturosa.

Portanto, necessariamente,

- a) tudo que punge o peito no rosto não se estampa ou tudo que devora o coração no rosto não se estampa.
- b) tudo que punge o peito no rosto não se estampa e tudo que devora o coração no rosto não se estampa.
- c) alguma coisa que punge o peito no rosto se estampa e alguma coisa que devora o coração no rosto se estampa.
- d) alguma coisa que punge o peito no rosto se estampa ou alguma coisa que devora o coração no rosto se estampa.
- e) alguma coisa que punge o peito no rosto não se estampa e alguma coisa que devora o coração no rosto não se estampa.

Resolução:

Considere:

p : tudo que punge o peito no rosto se estampa

q : tudo que devora o coração no rosto se estampa

r : não existe alguém cuja ventura única consista em parecer aos outros venturosa

Condicional		
p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Disjunção		
p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Sabe-se que a afirmação é verdadeira e que $V(r) = F$, o que faz com que $V(p \vee q) = F$. Dessa forma, temos que $V(p) = F$ e $V(q) = F$.

Resposta: e

(13) ANPAD RL Q11 SET 2016⁹ Jorge fez a seguinte afirmação:

Eu torço pelo Flamengo se, e somente se, gosto de futebol.

A negação dessa afirmação é logicamente equivalente à afirmação:

- a) Gosto de futebol e não torço pelo Flamengo.
- b) Não torço pelo Flamengo nem gosto de futebol.
- c) Torço pelo Flamengo, mas não gosto de futebol.
- d) Ou torço pelo Flamengo, ou gosto de futebol.
- e) Torço pelo Flamengo se, e somente se, gosto de vôlei.

⁹Resposta: d

(14) ANPAD RL Q15 SET 2016¹⁰ A filial é estrangeira, mas não compõe o núcleo de gestão.

A negação dessa proposição é logicamente equivalente à proposição:

- a) A filial não é estrangeira nem compõe o núcleo de gestão.
- b) A filial não é estrangeira ou compõe o núcleo de gestão.
- c) A filial não é estrangeira e compõe o núcleo de gestão.
- d) A filial é estrangeira ou não compõe o núcleo de gestão.
- e) A filial é estrangeira e compõe o núcleo de gestão.

¹⁰ *Resposta: b*

(15) ANPAD RL Q2 FEV 2014¹¹ Sejam p e q proposições lógicas e E uma expressão composta a partir de p e q cujos valores lógicos são apresentados na tabela verdade mostrada a seguir.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	E
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	F

A tabela acima estará correta se a expressão E for logicamente equivalente à expressão

- a) $q \leftrightarrow (p \vee q)$
- b) $(p \vee q) \rightarrow (\sim p)$
- c) $(\sim p) \rightarrow (p \vee q)$
- d) $(p \vee q) \rightarrow (\sim q)$
- e) $(\sim q) \rightarrow (\sim p)$

¹¹Resposta: c

(16) ANPAD RL Q3 SET 2016¹² Sejam p e q proposições simples.

Qual das proposições compostas dadas abaixo é uma contradição?

- A) $[p \wedge (\sim p)] \vee [q \vee (\sim q)]$
- B) $[p \vee (\sim p)] \wedge [q \vee (\sim q)]$
- C) $[p \wedge (\sim q)] \vee [p \vee (\sim q)]$
- D) $[p \vee (\sim p)] \wedge [q \wedge (\sim q)]$
- E) $[p \vee q] \wedge [(\sim p) \vee (\sim q)]$

¹²Resposta: D

(17) ANPAD RL Q5 SET 2016¹³ Considere a seguinte afirmação feita sobre os contratos atualmente em vigência em uma empresa:

Se algum contrato é de longa duração e nenhum contrato possui cláusula de rescisão, então a empresa não está em apuros.

A afirmação acima é uma implicação cuja contraposição é logicamente equivalente à afirmação:

- a) Se a empresa está em apuros, então todos os contratos são de longa duração ou algum contrato possui cláusula de rescisão.
- b) Se a empresa está em apuros, então nenhum contrato é de longa duração ou algum contrato possui cláusula de rescisão.
- c) Se a empresa está em apuros, então nenhum contrato é de longa duração e algum contrato possui cláusula de rescisão.
- d) Se a empresa não está em apuros, então nenhum contrato é de longa duração e todos os contratos possuem cláusula de rescisão.
- e) Se a empresa não está em apuros, então todos os contratos são de curta duração ou algum contrato não possui cláusula de rescisão.

¹³ *Resposta: b*

(18) ANPAD RL Q8 SET 2016¹⁴ Sejam p , q e r três proposições lógicas simples. A seguinte implicação é uma tautologia:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow [p \rightarrow r]$$

A recíproca dessa implicação assume valor lógico falso se, e somente se, os valores lógicos das proposições

- a) p e q forem iguais entre si, mas diferentes do valor lógico da proposição r .
- b) p e r forem iguais entre si, mas diferentes do valor lógico da proposição q .
- c) q e r forem iguais entre si, mas diferentes do valor lógico da proposição p .
- d) p , q e r forem todos iguais.
- e) p , q e r forem falsos.

¹⁴Resposta: b

(19) ANPAD RL Q14 SET 2016¹⁵ É uma condição suficiente, para Jorge não fazer ginástica, ele ir ao parque ou à praia.

Portanto, para Jorge fazer ginástica, é

- a) necessário ele não ir ao parque ou não ir à praia.
- b) suficiente ele não ir ao parque ou não ir à praia.
- c) necessário ele não ir ao parque nem ir à praia.
- d) suficiente ele não ir ao parque nem ir à praia.
- e) suficiente ele ir ao parque e ir à praia.

¹⁵ *Resposta: c*

(20) ANPAD RL Q11 JUN 2018 Augusto, Bruno, Carlos, Daniel, Joana, Lorena, Maria e Natália são dançarinos de dança de salão. Cada um desses quatro homens faz par com uma e somente uma dessas quatro mulheres. Além disso, sabe-se que:

- I. Se Augusto é par de Joana, então Bruno não é par de Maria.
- II. Se Carlos não é par de Lorena, então Daniel é par de Maria.
- III. Daniel é par de Natália ou de Lorena.

Logo, Augusto, Bruno, Carlos e Daniel têm, como parceira de dança, respectivamente:

- A) Joana, Lorena, Maria e Natália.
- B) Joana, Maria, Lorena e Natália.
- C) Natália, Joana, Maria e Lorena.
- D) Maria, Joana, Natália e Lorena.
- E) Maria, Joana, Lorena e Natália.

Resolução:

Daniel é par de Natália ou de Lorena, então Daniel não é par de Maria. Dessa forma “Carlos não é par de Lorena” não pode ser verdadeiro, logo Carlos é par de Lorena.

Isso implica que Daniel é par de Natália.

Se “Augusto é par de Joana” for verdadeiro, Bruno teria que ser par de Maria. Para manter a validade de I., Augusto não é par de Joana, sendo então par de Maria.

Bruno é par de Joana.

Resposta: E

(21) ANPAD RL Q3 JUN 2018 Sejam p , q e r três proposições lógicas simples tais que o valor lógico da proposição composta $[p \rightarrow q] \vee [(\sim q) \rightarrow (\sim r)]$ é *falso*.

É *verdadeiro* o valor lógico da proposição:

- A) $p \wedge q \wedge r$
- B) $(p \rightarrow r) \wedge q$
- C) $(q \rightarrow p) \rightarrow (\sim r)$
- D) $(\sim p) \vee q \vee (\sim r)$
- E) $(\sim q) \rightarrow (p \wedge r)$

Resolução:

A proposição composta é *falsa*, isso implica em:

- $[p \rightarrow q]$ é *falso*.
 - Assim temos que p é *verdadeiro* e q é *falso*.
- $[(\sim q) \rightarrow (\sim r)]$ é *falso*.
 - Como q é *falso*, $(\sim q)$ é *verdadeiro*.
 - Dessa forma $(\sim r)$ é *falso*.
 - Então r é *verdadeiro*.

Concluimos que $V(p) = 1$, $V(q) = 0$ e $V(r) = 1$.

Analisando as alternativas:

- A) $V(p \wedge q \wedge r) = 0$
- B) $V((p \rightarrow r) \wedge q) = 0$
- C) $V((q \rightarrow p) \rightarrow (\sim r)) = 0$
- D) $V((\sim p) \vee q \vee (\sim r)) = 0$
- E) $V((\sim q) \rightarrow (p \wedge r)) = 1$

Resposta: E

(22) ANPAD RL Q1 FEV 2018 Considere as seguintes proposições lógicas:

p : Se apenas um entre João e Jorge foi convocado, então a festa acabou após às 19h.

q : João foi convocado.

r : Jorge foi convocado.

s : A festa acabou, no máximo, às 19h.

A proposição p pode ser reescrita simbolicamente por:

A) $(q \vee r) \rightarrow s$.

B) $(q \vee r) \rightarrow (\sim s)$.

C) $[\sim (q \wedge r)] \rightarrow (\sim s)$.

D) $[(q \vee r) \wedge \sim (q \wedge r)] \rightarrow s$.

E) $[(q \vee r) \wedge \sim (q \wedge r)] \rightarrow (\sim s)$.

Resolução:

Aqui temos o uso da disjunção exclusiva ($\vee$): “apenas um entre João e Jorge foi convocado”.

p	q	$p \vee q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabela 1: Tabela-verdade para a disjunção exclusiva.

Podemos ler como “ p ou q , mas não ambos”.

Vamos verificar que a disjunção exclusiva é equivalente a através da seguinte tabela-verdade:

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$
0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0

Tabela 2: Tabela-verdade para verificar equivalência $p \vee q \iff (p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$

Escrevendo simbolicamente a proposição p obtemos $[(q \vee r) \wedge \sim (q \wedge r)] \rightarrow (\sim s)$.

Resposta: E

(23) ANPAD RL Q14 FEV 2018 Dadas três proposições lógicas simples, p , q e r , considere as seguintes proposições compostas:

$$P_1 : (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r);$$

$$P_2 : (\sim r) \rightarrow [(\sim p) \wedge (\sim q)].$$

Os valores lógicos das proposições P_1 e P_2 são diferentes se, e somente se, for verdadeiro o valor lógico da proposição:

- A) $p \wedge (\sim q) \wedge r$.
- B) $p \vee (\sim q) \vee r$.
- C) $(\sim p) \wedge q \wedge (\sim r)$.
- D) $(\sim p) \vee q \vee (\sim r)$.
- E) $(\sim p) \wedge (\sim q) \wedge (\sim r)$.

Resolução:

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	P_1	$\sim r$	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p) \wedge (\sim q)$	P_2
0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1

Tabela 3: Tabela-verdade para P_1 e P_2

P_1 e P_2 assumem valores lógicos diferentes quando $V(p)$ é verdadeiro, $V(q)$ é falso e $V(r)$ é verdadeiro.

Analisando as alternativas:

- A) $V(p \wedge (\sim q) \wedge r) = 1$
- B) $V(p \vee (\sim q) \vee r) = 1$
- C) $V((\sim p) \wedge q \wedge (\sim r)) = 0$
- D) $V((\sim p) \vee q \vee (\sim r)) = 0$
- E) $V((\sim p) \wedge (\sim q) \wedge (\sim r)) = 0$

Podemos descartar a alternativa B, pois ela pode ter valor lógico verdadeiro para $V(p) = 0$, $V(q) = 0$ e $V(r) = 1$, por exemplo.

A alternativa A exige que os valores lógicos de p , r e q sejam 1, 0, 1, respectivamente.

Resposta: A

(24) ANPAD RL Q15 JUN 2018 Tomando como referência a Lógica Clássica, considere os seguintes princípios:

- I. Princípio da Não Contradição (PNC): “dadas uma proposição qualquer e sua negação, ambas não podem ser verdadeiras, ou falsas, ao mesmo tempo”.
- II. Princípio do Terceiro Excluído (PTE): “dada uma proposição qualquer, ou ela é verdadeira, ou sua negação é verdadeira”.

Dada p uma proposição lógica qualquer, o PNC e o PTE são simbolicamente representados por:

PNC: $\sim (p \wedge (\sim p))$.

PTE: $p \vee (\sim p)$.

Enquanto o PNC situa logicamente uma proposição e sua negação como entidades mutuamente excludentes, o PTE as situa como logicamente exaustivas.

As proposições lógicas que, simbolicamente, representam o PNC e o PTE são

- A) tautologias.
- B) contradições.
- C) contingências logicamente equivalentes.
- D) contingências não logicamente equivalentes.
- E) logicamente equivalentes, mas não são tautologias.

Resolução:

O primeiro passo é construir a tabela-verdade dos dois princípios:

p	$\sim p$	$p \wedge (\sim p)$	$\sim (p \wedge (\sim p))$
0	1	0	1
1	0	0	1

Tabela 4: Tabela-verdade PNC

p	$\sim p$	$p \vee (\sim p)$
0	1	1
1	0	1

Tabela 5: Tabela-verdade PTE

Percebe-se assim, em ambas as tabelas, que as proposições representantes dos dois princípios são sempre verdadeiras para quaisquer valores de p . Isso caracteriza uma *tautologia*.

De forma geral, *tautologia* é toda proposição composta cujo valor lógico é sempre verdade, quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes [?, p. 43].

Resposta: A

(25) ANPAD RL Q4 MAR 2019 Sejam p , q e r três proposições lógicas simples.

É uma tautologia a proposição composta

A) $p \vee q \vee r$

B) $p \wedge q \wedge r$

C) $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)$

D) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

E) $(p \wedge q \wedge r) \vee ((\sim p) \wedge (\sim q) \wedge (\sim r))$

Resolução:

p	q	r	A)	B)	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	C)	D)	$(\sim p) \wedge (\sim q) \wedge (\sim r)$	E)
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1

Tabela 6: Tabela-verdade para as alternativas.

Resposta: C

(26) ANPAD RL Q4 SET 2018 Duas sentenças são logicamente equivalentes quando têm o mesmo valor lógico.

A sentença que não é logicamente equivalente à sentença $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee D)$ é

A) $((\sim C) \wedge (\sim D)) \rightarrow ((\sim A) \vee (\sim B))$

B) $C \vee D \vee (\sim A) \vee (\sim B)$

C) $(A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow D)$

D) $(B \rightarrow C) \vee (A \rightarrow D)$

E) $((\sim C) \wedge (\sim D)) \vee (A \wedge B)$

Resolução:

Regras de De Morgan (1806-1871):

$$1. \sim (p \wedge q) \iff \sim p \vee \sim q$$

$$2. \sim (p \vee q) \iff \sim p \wedge \sim q$$

Condicional em termos da disjunção: $p \rightarrow q \iff \sim p \vee q$

Sentença em questão:

$$(A \wedge B) \rightarrow (C \vee D) \iff \sim (A \wedge B) \vee (C \vee D) \iff \underline{\sim (A \wedge B) \vee C \vee D}$$

Análise das alternativas:

$$\text{letra A)} ((\sim C) \wedge (\sim D)) \rightarrow ((\sim A) \vee (\sim B)) \iff \sim ((\sim C) \wedge (\sim D)) \vee ((\sim A) \vee (\sim B)) \iff C \vee D \vee (\sim A) \vee (\sim B) \iff \underline{\sim (A \wedge B) \vee C \vee D}$$

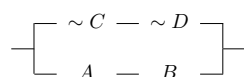
$$\text{letra B)} C \vee D \vee (\sim A) \vee (\sim B) \iff \underline{\sim (A \wedge B) \vee C \vee D}$$

$$\text{letra C)} (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow D) \iff (\sim A) \vee C \vee (\sim B) \vee D \iff \underline{\sim (A \wedge B) \vee C \vee D}$$

$$\text{letra D)} (B \rightarrow C) \vee (A \rightarrow D) \iff (\sim B) \vee C \vee (\sim A) \vee D \iff \underline{\sim (A \wedge B) \vee C \vee D}$$

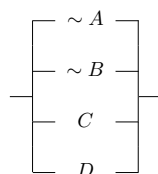
$$\text{letra E)} ((\sim C) \wedge (\sim D)) \vee (A \wedge B)$$

Circuito representativo de $((\sim C) \wedge (\sim D)) \vee (A \wedge B)$:



Fazendo $A = 1, B = 0, C = 1, D = 1$ teremos resultado 0 (zero) nesse circuito.

Circuito representativo de $(\sim A) \vee (\sim B) \vee C \vee D$:



Fazendo $A = 1, B = 0, C = 1, D = 1$ teremos resultado 1 (um) nesse circuito. Logo, as duas sentenças não são equivalentes.

Resposta: E

2 Funções Proposicionais

- Funções Proposicionais (sentenças abertas);
- conjuntos-verdade;
- quantificadores (existencial e universal);
- negação;
- equivalência;
- definições.

“Provamos através da lógica, mas descobrimos a partir da intuição.” - Henri Poincaré

(27) ANPAD RLQ Q06 MAR 2020¹⁶ Considere a seguinte sentença aberta, definida sobre o conjunto dos números reais:

$$S(x) : x < x^2$$

Qual é o conjunto-verdade da sentença aberta $S(x)$?

- A) $\mathbb{R}_+$
- B) $\mathbb{R}^*$
- C) $\mathbb{R}_+^*$
- D) $(-\infty, 0)$
- E) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

¹⁶ *Resposta: E*

(28) ANPAD RLQ Q08 MAR 2020¹⁷ Sejam A e B subconjuntos não vazios do conjunto dos números reais. Considere a seguinte afirmação:

$$\forall x \in A, \exists y \in B, \text{ tal que } x^2 + y^2 < 1.$$

A negação de tal afirmação é logicamente equivalente a

- A) $\exists x_0 \in A$ tal que, $\forall y \in B$, tem-se $x_0^2 + y^2 \geq 1$
- B) $\exists x \in A$ tal que, $\forall y \in B$, tem-se $x^2 + y^2 \geq 1$
- C) $\forall x \in A, \exists y_0 \in B$, tal que $x^2 + y_0^2 \geq 1$
- D) $\forall x \in A, \exists y \in B$ tal que $x^2 + y^2 \geq 1$
- E) $\forall x \notin A, \exists y \notin B$ tal que $x^2 + y^2 < 1$

¹⁷ Resposta: A

(29) ANPAD RLQ Q10 MAR 2020¹⁸ Considere os predicados abaixo:

$A(x)$: x é um dia chuvoso;

$B(x)$: Wagner se aborreceu no dia x .

Considere também a sentença lógica $\forall x A(x) \rightarrow B(x)$, em que o universo é composto por todos os dias do ano de 2005.

Essa sentença será necessariamente falsa se

A) todos os dias de 2005 foram dias chuvosos.

B) Wagner se aborreceu todos os dias de 2005.

C) houve pelo menos um dia chuvoso em 2005 em que Wagner não se aborreceu.

D) houve pelo menos um dia não chuvoso em 2005 em que Wagner se aborreceu.

E) todos os dias de 2005 em que Wagner não se aborreceu não foram dias chuvosos.

¹⁸ *Resposta: D*

(30) ANPAD RLQ Q04 SET 2020¹⁹ Considere as seguintes sentenças abertas, definidas no conjunto dos números inteiros.

$p(x)$: o número x não é par.

$q(x)$: o número x não é ímpar.

Considere também a seguinte proposição:

r : dado um número inteiro qualquer, ele é par ou ímpar.

A proposição r é logicamente equivalente à proposição simbolicamente representada por:

() $\exists x, (\sim p(x)) \vee (\sim q(x))$

() $\exists x, p(x) \vee q(x)$

() $\forall x, p(x) \wedge q(x)$

() $\forall x, \sim (p(x) \vee q(x))$

() $\forall x, (\sim p(x)) \vee (\sim q(x))$

¹⁹ *Resposta:*

(31) ANPAD RLQ Q05 SET 2020²⁰ Considerando $x \in \mathbb{Z}$ e o conjunto $A = \{1, 2, 4, 9\}$, pode-se formular as seguintes sentenças abertas:

$P(x)$ = o dobro do menor elemento de $A \cup \{x\}$ ainda pertence ao conjunto $A \cup \{x\}$.

$Q(x)$ = o segundo maior elemento de $A \cup \{x\}$ é par, e sua metade ainda está em $A \cup \{x\}$.

Quantos elementos existem no conjunto verdade da sentença aberta $P(x) \wedge Q(x)$?

- ☐ 3.
- ☐ 7.
- ☐ 2.
- ☐ 0.
- ☐ 6.

²⁰ *Resposta:*

(32) ANPAD RL Q01 FEV 2017²¹ João fez a seguinte afirmação:

Todos os convidados do sexo masculino foram à festa, mas alguma convidada não foi.

A afirmação feita por João é falsa se, e somente se, for verdadeira a seguinte afirmação:

- A) Todas as convidadas foram à festa, mas algum convidado do sexo masculino não foi.
- B) Todos os convidados do sexo masculino não foram à festa, ou alguma convidada foi.
- C) Algum convidado do sexo masculino não foi à festa, e todas as convidadas não foram.
- D) Algum convidado do sexo masculino não foi à festa, ou todas as convidadas foram.
- E) Algum convidado do sexo masculino não foi à festa, ou todas as convidadas não foram.

²¹ *Resposta: D*

(33) ANPAD RL Q5 FEV 2014²² Um grupo é formado por cinco integrantes. Logo, dizer que no máximo três integrantes do grupo viajarão é o mesmo que dizer que

- a) dois integrantes não viajarão.
- b) a maioria do grupo não viajará.
- c) um ou dois integrantes não viajarão.
- d) quatro ou cinco integrantes não viajarão.
- e) pelo menos dois integrantes não viajarão.

²²Resposta: E

(34) ANPAD RL Q8 JUN 2018 Dada uma proposição P , definimos o valor lógico de P por $[P] = 0$, se P for falsa, e $[P] = 1$, se P for verdadeira.

Considere as seguintes sentenças abertas definidas no conjunto dos números inteiros:

$$P_i(x) : x \leq 5$$

$$P_{ii}(x) : x \geq 3$$

$$P_{iii}(x) : x \text{ é ímpar}$$

$$P_{iv}(x) : x \geq 6$$

A equação $x = [P_i(x)] + 2 \cdot [P_{ii}(x)] + 3 \cdot [P_{iii}(x)] + 4 \cdot [P_{iv}(x)]$ tem quantas soluções?

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

Resolução:

As sentenças estão definidas para o conjunto dos números inteiros, isso significa que $x \in \mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Podemos notar que x não poderá ser solução se for negativo, isso porque o lado direito da equação sempre apresentará uma soma de valores positivos, independente dos valores lógicos assumidos pelas sentenças. Observa-se também que x solução não assumirá valores iguais ou maiores que 11, já que no caso, mais favorável, dos valores lógicos serem todos iguais a 1, o somatório do lado direito seria 10. Dessa forma, devemos buscar soluções para a equação no intervalo $0 \leq x \leq 10$.

x	$[P_i(x)]$	$[P_{ii}(x)]$	$[P_{iii}(x)]$	$[P_{iv}(x)]$	$[P_i(x)] + 2 \cdot [P_{ii}(x)] + 3 \cdot [P_{iii}(x)] + 4 \cdot [P_{iv}(x)]$
0	1	0	0	0	$1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 1$
1	1	0	1	0	$1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 4$
2	1	0	0	0	$1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 1$
3	1	1	1	0	$1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 6$
4	1	1	0	0	$1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 = 3$
5	1	1	1	0	$1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 6$
6	0	1	0	1	$0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 1 = 6$
7	0	1	1	1	$0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 9$
8	0	1	0	1	$0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 1 = 6$
9	0	1	1	1	$0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 9$
10	0	1	0	1	$0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 1 = 6$

Tabela 7: Busca de soluções para a equação

Assim, $x = 6$ e $x = 9$ são soluções.

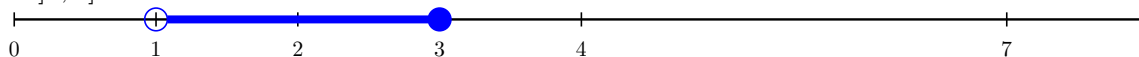
Resposta: C

(35) ANPAD RL Q2 SET 2018 Para $x \in U = [0, 7[\subset \mathbb{R}$, considere definidas as sentenças abertas $F(x)$ e $G(x)$, cujos conjuntos-verdade são, respectivamente, os intervalos $]1, 3]$ e $]2, 4[$. O conjunto-verdade da sentença aberta $\sim (F \vee G)(x)$ é

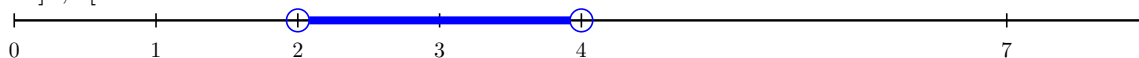
- A) $[0, 1] \cup [3, 7[$
- B) $[0, 1] \cup [4, 7[$
- C) $[0, 2] \cup [4, 7[$
- D) $] - \infty, 0[\cup [7, +\infty[$
- E) $]1, 4[$

Resolução:

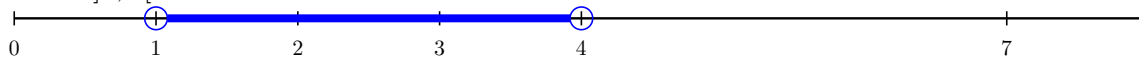
$F:]1, 3]$



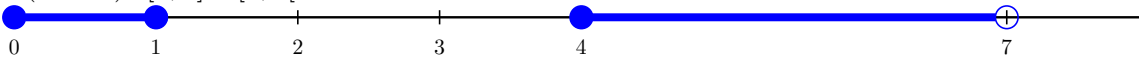
$G:]2, 4[$



$F \vee G:]1, 4[$



$\sim (F \vee G): [0, 1] \cup [4, 7[$



Resposta: B

(36) ANPAD RL Q13 FEV 2018²³ Seja $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } y \in \mathbb{R}\}$ e, sobre esse conjunto, considere a proposição P definida por:

$$P : \forall x, \exists y, x + y \leq 7$$

A negação da proposição P , quando escrita na língua materna, é logicamente equivalente à proposição:

- A) Existe um número real x para o qual, qualquer que seja o número real y , tem-se $x + y \geq 7$.
- B) Existe um número real x para o qual, qualquer que seja o número real y , tem-se $x + y > 7$.
- C) Qualquer que seja o número real x , existe um número real y para o qual se tem $x + y > 7$.
- D) Qualquer que seja o número real x , existe um número real y para o qual se tem $x + y \geq 7$.
- E) Não há número real x algum para o qual, qualquer que seja o número real y , tem-se $x + y > 7$.

²³Resposta: B

3 Argumentação

- argumento válido;
- argumento correto;
- regras de inferência:
 - modus ponens
 - modus tollens
 - silogismo disjuntivo
 - silogismo hipotético
 - dilema
 - adição disjuntiva
 - simplificação conjuntiva
 - adição conjuntiva
 - contradição
- Enunciados Categóricos.

“O livro do mundo está escrito em linguagem matemática.” - Galileu Galilei

(37) ANPAD RLQ Q01 FEV 2022²⁴ Considere os seguintes cinco argumentos, dentre os quais apenas um é válido.

Argumento 1:

Todo curió come ou não dorme.

Aquele curió não come.

Logo, aquele curió dorme.

Argumento 2:

Se Maria está usando o carro, então João vai trabalhar de ônibus.

João foi trabalhar de ônibus.

Logo, Maria estava usando o carro.

Argumento 3:

Todo gênio usa jaleco ou óculos.

João usa jaleco, mas não usa óculos.

Logo, João é um gênio.

Argumento 4:

Todo carro é um veículo que tem quatro rodas.

O veículo de Carlos tem quatro rodas.

Logo, o veículo de Carlos é um carro.

Argumento 5:

Se um animal voa, então a sua cor é verde ou azul.

O curió é um animal preto.

Logo, o curió é um animal que não voa.

Qual é a numeração do único argumento válido?

A) 5

B) 4

C) 2

D) 3

E) 1

²⁴ Resposta: A

(38) ANPAD RLQ Q05 SET 2021²⁵ Considere os 5 argumentos a seguir.

Argumento 1:

Toda palavra que começa com T tem 4 letras. A palavra Teste começa com T. Logo, a palavra Teste tem 4 letras.

Argumento 2:

Há uma palavra que tem 4 letras e começa com T. Casa é uma palavra que tem 4 letras. Logo, casa é uma palavra que começa com T.

Argumento 3:

Toda palavra que tem 4 letras começa com T ou com S. Tatiana começa com T. Logo, Tatiana é uma palavra que tem 4 letras.

Argumento 4:

Há palavras que têm 4 letras. Há palavras que têm 5 letras. Escolhi uma palavra e ela não tem 4 letras. Logo, a palavra que escolhi possui 5 letras.

Argumento 5:

Se uma palavra tem 4 letras, então ela acaba com a letra A. Casa é uma palavra que acaba com a letra A. Logo, a palavra casa tem 4 letras.

Qual é o argumento válido?

- A) 3.
- B) 4.
- C) 1.
- D) 5.
- E) 2.

²⁵ Resposta: C

(39) ANPAD RLQ Q09 MAR 2020²⁶ A seguir é dado um argumento válido, formado por 3 premissas e a conclusão. A terceira premissa do argumento está oculta.

$$p \vee q \vee r$$

$$q \rightarrow r$$



$$\therefore p$$

A terceira premissa do argumento poderia ser

A) $\sim q$

B) $\sim r$

C) $p \rightarrow q$

D) $r \rightarrow q$

E) $(\sim q) \vee (\sim r)$

²⁶ Resposta: B

(40) ANPAD RLQ Q07 SET 2020²⁷ João falou:

“Se o livro é simples ou estou em um bom dia, então entendo o que leio. Se não entendo o que leio, então decido fora de hora ou decido erradamente. Não entendi o que li naquele livro, mas, pelo menos, decidi na hora esperada.”

Supondo que seja verdade o que João disse, conclui-se que ele

- () leu um livro que não era simples, não estava em um bom dia e decidiu erradamente.
- () não decidiu erradamente, ou estava em um bom dia.
- () leu um livro que não era simples, não estava em um bom dia, mas decidiu corretamente.
- () leu um livro que não era simples, mas estava em um bom dia e decidiu corretamente.
- () decidiu erradamente apesar de o livro ser simples.

²⁷ *Resposta:*

(41) ANPAD RLQ Q08 SET 2020²⁸ Na noite passada, várias galinhas desapareceram do galinheiro de Seu Zé. Logo que notou o desaparecimento, Seu Zé contratou uma detetive particular.

Após investigar brevemente o local, ela fez as seguintes observações, todas corretas:

- Se as galinhas não fugiram por conta própria, então foram levadas por um gambá ou por Seu Xavier, o fazendeiro vizinho.
- Se a cerca está firme no lugar, as galinhas não podem ter fugido por conta própria.
- Se não foram levadas pelo Seu Xavier, então certamente há rastros no mato próximo.
- Se foi obra de um gambá, então há de haver um furo nas tábuas do galinheiro.

Depois de enunciar essas frases, a detetive prosseguiu a investigação, encontrou evidências e solucionou o mistério.

Analise abaixo possíveis evidências e possíveis conclusões obtidas pela detetive.

I. Ela observou que a cerca estava fora do lugar e concluiu que as galinhas fugiram por conta própria.

II. Ela notou que a cerca está firme no lugar e que não há furo nas tábuas do galinheiro, concluindo que Seu Xavier é o culpado.

III. Ela avistou rastros no mato próximo e observou que a cerca está firme no lugar, concluindo que o culpado é um gambá.

São conclusões lógicas consistentes aquelas que se encontram em

() I e III, apenas.

() II, apenas.

() I, II e III.

() I, apenas.

() II e III, apenas.

²⁸ *Resposta:*

(42) ANPAD RLQ Q12 SET 2020²⁹ Aldo, Bino, Tuco e Simão são quatro amigos, acerca dos quais se sabe que:

- Aldo e Bino nasceram no mesmo ano;
- Tuco é pelo menos um mês mais velho que Simão;
- apenas um dos amigos nasceu numa década diferente dos demais;
- dois dos amigos são irmãos gêmeos.

Com base nas premissas acima, analise as afirmações a seguir:

- I. Os gêmeos não são os mais novos do grupo.
- II. Os gêmeos são Aldo e Bino.
- III. Tuco e Simão nasceram em décadas diferentes.

É correto o que se afirma em

- () I e III, apenas.
- () I, apenas.
- () II, apenas.
- () III, apenas.
- () I, II e III.

²⁹ Resposta: D

(43) ANPAD RL Q10 JUN 2010³⁰ Sejam os argumentos:

- I. Todo gato é mamífero. Bili é um gato. Portanto, Bili é mamífero.
- II. Todo gato é mamífero. Bili é mamífero. Portanto, Bili é um gato.
- III. Todo gato é preto. Bili é um gato. Portanto, Bili é preto.
- IV. Tudo que é grande é azul. O céu é azul. Portanto, o céu é grande.
- V. Tudo que é transmitido é recebido. A mensagem foi transmitida. A mensagem foi recebida.

Assinale a alternativa que indica o(s) argumento(s) VÁLIDO(S) e CORRETO(S).

- a) Apenas I.
- b) apenas II.
- c) apenas I e II.
- d) apenas I, II e IV.
- e) apenas I, III e V.

³⁰ *Resposta:* a

(44) ANPAD RL Q3 SET 2018 Para p e q , proposições lógicas, o *modus tollens* é um argumento válido usado como regra de inferência, que é simbolicamente representado por:

Premissa 1: $p \rightarrow q$

Premissa 2: $\sim q$

Conclusão: $\sim p$

Logicamente, o *modus tollens* equivale à consideração e à aplicação direta de outro tipo de argumento válido, também usado como regra de inferência, o *modus ponens*, ao se substituir, no argumento acima,

A) a implicação dada na premissa 1 por sua contrapositiva.

B) a implicação dada na premissa 1 por sua negação.

C) a premissa 2 e a conclusão por suas negações.

D) a premissa 2 por sua negação.

E) a conclusão por sua negação.

Resolução:

Regra *modus ponens*:

Premissa 1: $p \rightarrow q$

Premissa 2: p

Conclusão: q

A proposição contrapositiva de $p \rightarrow q$ é $\sim q \rightarrow \sim p$. São equivalentes: $p \rightarrow q \iff \sim q \rightarrow \sim p$. Fazendo a troca sugerida na alternativa A teríamos:

Premissa 1: $\sim q \rightarrow \sim p$

Premissa 2: $\sim q$

Conclusão: $\sim p$

Agora temos a regra *modus ponens* como desejado.

Resposta: A

(45) ANPAD RL Q13 JUN 2018³¹ Considere o seguinte modelo argumentativo:

Todo A é B ou C.
É A, mas não é C.
Logo, é B.

Qual dos argumentos abaixo segue o mesmo modelo apresentado?

A) Todas as escolas de Arimateia do Sul são técnicas ou estaduais. Uma escola de Arimateia do Sul não é estadual; portanto, é técnica.

B) Todos os estudantes são meninos, ou o ônibus será maior. Há uma menina estudante. Logo, o ônibus será maior.

C) Ou os estudantes são meninos, ou o ônibus será maior. O ônibus não será maior. Logo, todos os estudantes são meninos.

D) Qualquer coisa é melhor do que isso, ou o Papa é *pop*. Essa coisa é melhor que isso. Logo, o Papa não é *pop*.

E) Ou todas as escolas de Arimateia do Sul são técnicas, ou todas são estaduais. Uma escola de Arimateia do Sul é estadual; logo, todas as demais também são estaduais.

³¹ Resposta: A

(46) ANPAD RL Q16 JUN 2015³² Considere p , q e r proposições simples que compõem as seguintes premissas de um argumento:

I. $(\sim p) \rightarrow q$

II. $(\sim q) \vee r$

Uma conclusão que torna o argumento válido é

A) $r \rightarrow p$.

B) $q \rightarrow p$.

C) $(\sim r) \rightarrow q$.

D) $(\sim r) \rightarrow p$.

E) $(\sim r) \rightarrow (\sim p)$.

³²Resposta: D

4 Padrões Indutivos I

- padrões numéricos, geométricos, textuais e pictóricos;
- recorrência.

“A Matemática possui uma força maravilhosa capaz de nos fazer compreender muitos mistérios de nossa fé.” - São Jerônimo

(47) ANPAD RLQ Q13 MAR 2020³³ Considere uma sequência formada apenas pelos algarismos 1 e 0, de maneira que o primeiro elemento é um, depois seguem dois zeros, depois três uns, depois quatro zeros e assim sucessivamente:

1001110000111110000001111111...

Logo depois de ter aparecido o 350º algarismo 1 na sequência, quantas vezes o algarismo zero já terá aparecido?

- A) 216
- B) 306
- C) 342
- D) 360
- E) 412

³³ *Resposta: C*

(48) ANPAD RLQ Q11 SET 2020³⁴ Em certo jogo de “raspadinha”, é fornecida uma tabela com 16 células que podem ser raspadas. Exatamente 7 dessas 16 células escondem o número 1, enquanto as outras escondem o número 0. Para ganhar o prêmio de R\$ 500,00, o jogador deve encontrar os 7 números “1” sem ter raspado um zero antes. Na tabela, sempre há dicas para aumentar as chances do jogador: em cima de cada coluna, vem escrita a soma dos números das células da respectiva coluna; à esquerda de cada linha, vem escrita a soma dos números das células na respectiva linha. Veja a seguir um exemplo de jogo da raspadinha ainda não raspado.

		A	B	C	D
		1	2	2	2
A	1	?	?	?	?
B	1	?	?	?	?
C	2	?	?	?	?
D	3	?	?	?	?

Seja usada a letra da linha correspondente, seguida da letra da coluna correspondente, para designar uma das 16 células. Por exemplo, a célula BD é a que está na linha B e coluna D. Com base no exemplo anterior e na notação apresentada, analise as seguintes afirmações:

- I. Se as células AA, BB, CC e DD tiverem o número 1, então se pode deduzir quais são as outras três que também têm esse número.
- II. Se as células DA, CB, BC e AD tiverem o número 1, então se pode deduzir quais são as outras três que também têm esse número.
- III. Se cinco células com número 1 tiverem sido encontradas, então se poderá deduzir onde estão as outras duas que também têm esse número.

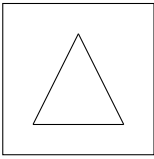
É correto o que se afirma em

- () II e III, apenas.
 () I e II, apenas.
 () III, apenas.
 () I, II e III.
 () I, apenas.

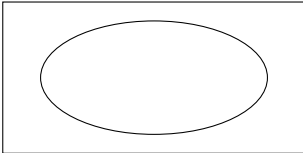
³⁴ Resposta: E

(49) ANPAD RL Q13 SET 2010³⁵ Qual dos cinco desenhos a seguir não faz parte do mesmo grupo?

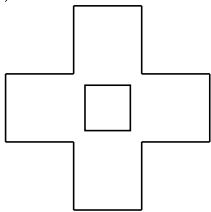
a)



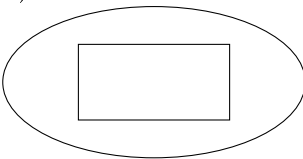
b)



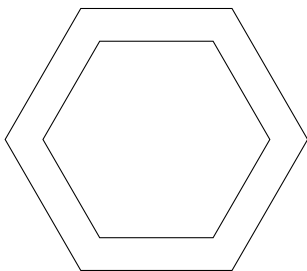
c)



d)



e)



³⁵Resposta: e

(50) ANPAD RL Q13 JUN 2010³⁶ O próximo número da sequência 3, 8, 12, 21, 34, ... é

- a) 42.
- b) 43.
- c) 46.
- d) 56.
- e) 55.

³⁶ *Resposta:* d

(51) ANPAD RL Q5 SET 2010³⁷ Uma das possibilidades para o próximo número da sequência 11, 13, 17, 25, 32 é

- a) 31.
- b) 37.
- c) 43.
- d) 45.
- e) 53.

³⁷ *Resposta: b*

(52) ANPAD RL Q14 JUN 2011³⁸ Seja dada a sequência de números x , $3/2$, 4 , $15/2$, 12 , $35/2$, 24 , $63/2$, 40 , y . O primeiro (x) e o décimo (y) valor da sequência são, respectivamente,

- a) 4 e $85/2$.
- b) 0 e $99/2$.
- c) 0 e $95/2$.
- d) -1 e $95/2$.
- e) -1 e $99/2$.

³⁸Resposta: b

5 Teoria dos Conjuntos

- Conjuntos e seus Elementos, relações de pertinência.
- Conjuntos finitos e infinitos. Igualdade entre conjuntos.
- Conjunto vazio. Subconjuntos. Subconjuntos próprios. Conjunto universal. Conjuntos disjuntos.
- Operações: união, interseção, diferença e complemento. Conjunto das partes de um conjunto.

“As matemáticas têm invenções muito sutis e que podem servir bastante, tanto para contentar os curiosos como para facilitar todos os ofícios e diminuir o trabalho dos homens.” - R. Descartes

(53) ANPAD RLQ Q02 FEV 2022³⁹ Denotemos por $n(X)$ o número de elementos de um conjunto finito X qualquer e consideremos conjuntos finitos A , B e C satisfazendo as seguintes propriedades:

- $A \cup B \subset C$
- $n(C) = 210$
- $n(A - B) = n(B - A) = n(C - (A \cup B))$
- $n(A \cup B) = 2 \cdot n(A \cap B)$

Quantos elementos de C não estão nem em A nem em B ?

- A) 68
- B) 70
- C) 48
- D) 42
- E) 84

³⁹Resposta: D

(54) ANPAD RLQ Q04 JUN 2021⁴⁰ Seja A o conjunto definido por $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Quantos são os subconjuntos de A que possuem 2 ou mais elementos?

- A) 1054
- B) 40320
- C) 1064
- D) 1013
- E) 45

⁴⁰ *Resposta: D*

(55) ANPAD RLQ Q12 MAR 2020⁴¹ Todos os elementos do conjunto finito $A \subset \mathbb{N}$ são múltiplos de 2, de 3 ou de 5. Sobre o conjunto A se sabe que:

- I. a quantidade de números pares é dez vezes maior que aquela de múltiplos de 30;
- II. só há um múltiplo de 6;
- III. todos os múltiplos de 3 são múltiplos de 5;
- IV. a quantidade de números ímpares é a metade daquela de números pares;
- V. doze elementos de A não são múltiplos de 3.

Quantos elementos do conjunto A são múltiplos de 15?

- A) 2
- B) 3
- C) 5
- D) 10
- E) 15

⁴¹ *Resposta: A*

(56) ANPAD RLQ Q01 NOV 2020⁴² Sejam A e B dois conjuntos tais que A possui 7 elementos e B possui 4 elementos. Sejam $\mathcal{P}(A)$ e $\mathcal{P}(B)$ os respectivos conjuntos das partes de A e B .

Qual é o número máximo de elementos do conjunto $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$?

☐ 128

☐ 7

☐ 16

☐ 8

☐ 4

⁴²Resposta: 16

(57) ANPAD RLQ Q02 NOV 2020⁴³ Dado um número real $k > 0$, considere o conjunto $A_k = \{n \in \mathbb{N}^* / \frac{1}{n} < k\}$.

Dados k e j números reais positivos, é impossível termos

() $A_k \cup A_j \neq \emptyset$

() $A_k - A_j = \emptyset$

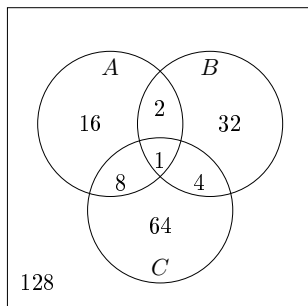
() $A_k \cap A_j \neq \emptyset$

() $A_k \subset A_j$

() $A_k \neq \emptyset$ e $A_j \neq \emptyset$

⁴³Resposta: $A_k \cap A_j \neq \emptyset$

(58) ANPAD RQ Q4 SET 2014 Denotemos por X^c o complemento do conjunto X . Os diagramas ao lado representam três conjuntos: A, B e C , todos contidos no conjunto universal U . Os números que aparecem nas partes dos diagramas representam o número de elementos em cada uma das respectivas partes. Assim, temos, por exemplo, que dezesseis elementos que estão em A não estão nem em B e nem em C . Por outro lado, dois elementos estão tanto em A quanto em B , mas não em C . De acordo com a figura, determine quantos elementos há em $(A \cap B^c) \cup (B \cup C)^c$.



- a) 8
- b) 22
- c) 39
- d) 127
- e) 152

Resolução:

$$n_{B^c} = 16 + 8 + 64 + 128 \text{ (número de elementos de } B^c)$$

$$n_A = 16 + 8 + 1 + 2 \text{ (número de elementos de } A)$$

$$n_{A \cap B^c} = 16 + 8 \text{ (número de elementos de } A \cap B^c)$$

$$n_{B \cup C} = 1 + 2 + 32 + 4 + 8 + 64 \text{ (número de elementos de } B \cup C)$$

$$n_{(B \cup C)^c} = 16 + 128 \text{ (número de elementos de } (B \cup C)^c)$$

$$n_{(A \cap B^c) \cup (B \cup C)^c} = 16 + 8 + 128 = 152$$

Resposta: e

(59) ANPAD RQ Q2 SET 2016 Considere o conjunto $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Sobre o conjunto U , está definida a operação $\otimes$, da seguinte maneira: para $x, y \in U$ quaisquer, tem-se que $x \otimes y$ é igual ao resto da divisão de $x \cdot y$ por 7, em que $x \cdot y$ representa o produto entre x e y , obtido por meio da multiplicação usualmente considerada no conjunto dos números reais.

$$\begin{array}{r|l} x \cdot y & 7 \\ r & q \\ \hline r = x \otimes y \end{array}$$

Seja $S = \{x \in U | x \otimes (x \otimes x) = 6\}$.

O número de elementos do conjunto S é igual a

- a) 0
- b) 1
- c) 3
- d) 5
- e) 6

Resolução:

Vamos procurar por elementos do conjunto U que satisfazem a condição $x \otimes (x \otimes x) = 6\}$.

- $x = 0$, então $(0 \otimes 0) = 0$ e $0 \otimes (0 \otimes 0) = 0$. Assim $x = 0 \notin S$
- $x = 1$, então $(1 \otimes 1) = 1$ e $1 \otimes (1 \otimes 1) = 1$. Assim $x = 1 \notin S$
- $x = 2$, então $(2 \otimes 2) = 4$ e $2 \otimes (2 \otimes 2) = 1$. Assim $x = 2 \notin S$
- $x = 3$, então $(3 \otimes 3) = 2$ e $3 \otimes (3 \otimes 3) = 6$. Assim $x = 3 \in S$
- $x = 4$, então $(4 \otimes 4) = 2$ e $4 \otimes (4 \otimes 4) = 1$. Assim $x = 4 \notin S$
- $x = 5$, então $(5 \otimes 5) = 4$ e $5 \otimes (5 \otimes 5) = 6$. Assim $x = 5 \in S$
- $x = 6$, então $(6 \otimes 6) = 1$ e $6 \otimes (6 \otimes 6) = 6$. Assim $x = 6 \in S$

Conclusão: $S = \{3, 5, 6\}$.

Resposta: c

(60) ANPAD RQ Q32 SET 2017 Dados dois conjuntos, A e B , em um mesmo universo Ω , define-se o conjunto diferença $A - B$ por $A - B = \{x \in \Omega / x \in A \text{ e } x \notin B\}$. Analogamente, define-se o conjunto diferença $B - A$ por $B - A = \{x \in \Omega / x \in B \text{ e } x \notin A\}$. Tem-se que $A - B = B - A$ se, e somente se,

- A) $A = B$
- B) $A = B = \emptyset$
- C) $A \cap B = \emptyset$
- D) $A \subset B$ ou $B \subset A$
- E) $A = \emptyset$ ou $B = \emptyset$

Resolução:

Dados dois conjuntos não-vazios A e B , podemos nos deparar com uma das cinco configurações que seguem abaixo:

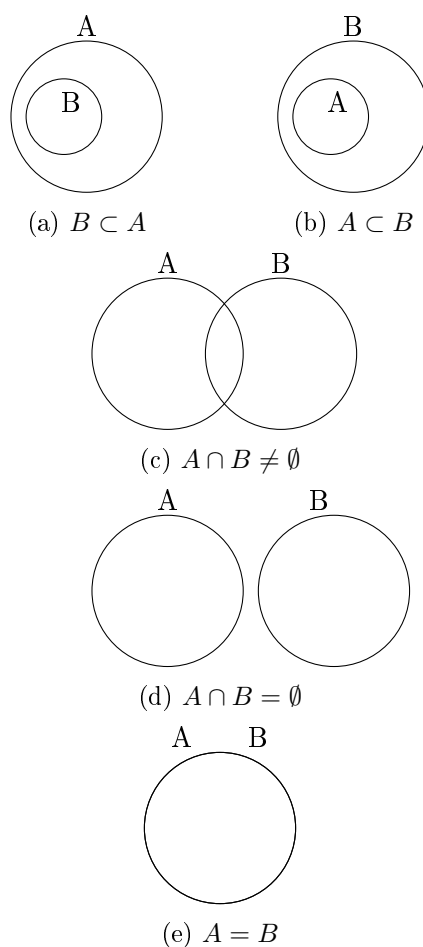


Figura 1: Resolução Q32 SET 2017

Quando analisamos cada uma destas possibilidades, percebemos que somente a última (e) satisfaz $A - B = B - A$. E neste caso $A - B = B - A = \emptyset$. Embora não seja necessário que A e B sejam conjuntos vazios ($A = B = \emptyset$).

Resposta: A

(61) ANPAD RQ Q30 FEV 2018 Um grupo é formado por 20 funcionários que atuam na(s) área(s) de gestão e/ou prestação de serviços. No mínimo 12 funcionários atuam na área de prestação de serviços, e no máximo 7 atuam simultaneamente nas duas áreas.

Qual é o número máximo de funcionários do grupo que atuam na área de gestão?

- A) 5
- B) 8
- C) 13
- D) 15
- E) 19

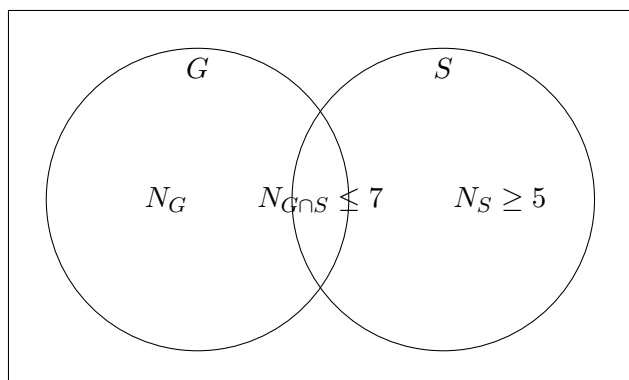
Resolução:

Temos que $N_G + N_{G \cap S} + N_S = 20$, $N_{G \cap S} + N_S \geq 12$ e $N_{G \cap S} \leq 7$.

Observando o diagrama de Venn abaixo, nota-se que $N_S \geq 5$.

O número máximo de funcionários que atuam em gestão acontece quando $N_S = 5$ e $N_{G \cap S} = 7$.

Dessa forma $N_G = 8$ ($N_G \leq 8$). Assim $N_G + N_{G \cap S} \leq 8 + 7 = 15$.



Resposta: D

(62) ANPAD RQ Q30 MAR 2019⁴⁴ Sejam A , B , C conjuntos distintos tais que $A \cup B = \{5\}$, $(A \cap B) \cup C = \{3, 5, 7\}$ e $B \cap C = \emptyset$.

Portanto, $x \in C$ e $x \notin A$ se, e somente se, x pertence ao conjunto

- A) $\{3\}$
- B) $\{7\}$
- C) $\{3, 5\}$
- D) $\{3, 7\}$
- E) $\{3, 5, 7\}$

⁴⁴Resposta: D

(63) ANPAD RQ Q13 FEV 2010⁴⁵ Sejam os conjuntos dos números Inteiros $\mathbb{Z}$, dos Racionais $\mathbb{Q}$ e dos Reais $\mathbb{R}$. Então, pode-se afirmar que o conjunto $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \cup \mathbb{Z}$ é

- a) igual ao conjunto dos números Irracionais.
- b) um conjunto enumerável (contável).
- c) um conjunto do qual os Irracionais são subconjuntos.
- d) um subconjunto dos Irracionais.
- e) igual ao conjunto dos números Inteiros.

⁴⁵ *Resposta: c*

(64) ANPAD RQ Q33 JUN 2015⁴⁶ Considere o conjunto $A_1 = \{1, 2, 3, 4\}$. Sejam:

- I. A_2 o conjunto de todos os valores que podem ser obtidos pela adição de dois ou mais elementos distintos de A_1 ;
- II. A_3 o conjunto de todos os valores que podem ser obtidos pela adição de dois ou mais elementos distintos de A_2 .

O número de subconjuntos de $A_2 \cap A_3$ é igual a

- A) 4
- B) 6
- C) 8
- D) 16
- E) 32

⁴⁶ *Resposta: D*

6 Números, Operações, Significados e Representações

- Números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais.
- Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, divisão inteira) e relação de ordem.
- Valor absoluto. Intervalos.
- Representação em bases numéricas, representação no Sistema Decimal, algoritmos operacionais e princípio do valor posicional e Notação Científica.
- Registro de números na reta real. Frações e seus diferentes significados, porcentagens, estimativas, arredondamentos.

“Os números governam o mundo.” - Pitágoras

(65) ANPAD RLQ Q10 SET 2021⁴⁷ Dos 756 quadrinhos da coleção de Wilson, 189 são do Homem-Abutre, 252 do Esquadrão Incrível e 315 do Samurai Ninja. Wilson deseja instalar prateleiras nas paredes de seu escritório para colocar sua coleção de maneira que cada prateleira tenha o mesmo número de quadrinhos e que não haja, em uma mesma prateleira, quadrinhos de tipos diferentes.

Qual é o menor número de prateleiras que ele precisa instalar?

- A) 27
- B) 21
- C) 12
- D) 9
- E) 14

⁴⁷ *Resposta: C*

(66) ANPAD RLQ Q03 MAR 2020⁴⁸ Sejam a e b dois números racionais. Para que seja válida a igualdade $a + 3\sqrt{2} = 1 + b\sqrt{2}$, é necessário e suficiente que

- A) $b = 3a$
- B) $a + b = 4$
- C) $a = 1$ e $b = 3$
- D) $a = 1/3$ e $b = 1$
- E) $a = k$ e $b = 3k$, para algum número k inteiro e não nulo.

⁴⁸ *Resposta: C*

(67) ANPAD RQ Q09 JUN 2011 O algarismo da unidade do número 7^{2010} é

- a) 1
- b) 3
- c) 5
- d) 7
- e) 9

Resolução:

Podemos fatorar 2010 como $2010 = 2 \times 5 \times 201$.

Assim reescrevemos $7^{2010} = ((7^2)^5)^{201}$.

Calculamos $7^2 = 49$.

$$7^{2010} = ((49)^5)^{201}$$

Notamos que 49×49 irá gerar um número que termina com o algarismo 1, já que $9 \times 9 = 81$.

Fazendo $(49)^5$, teremos

$$(49)^2(\text{número com final 1}) \times (49)^2(\text{número com final 1}) \times 49 = (\text{número com final 9}).$$

Ficamos com:

$$(\text{número com final 9})^{201} = (\text{número com final 9})^{200} \times (\text{número com final 9}).$$

$$(\text{número com final 9})^{201} = (\text{número com final 1})^{100} \times (\text{número com final 9}).$$

$$(\text{número com final 9})^{201} = (\text{número com final 1}) \times (\text{número com final 9}) = (\text{número com final 9}).$$

Resposta: e

(68) ANPAD RQ Q27 FEV 2018⁴⁹ Em uma experiência realizada em uma aula de física experimental, uma distância cuja medida real é de 2,345663 cm foi aproximada para 2,34567 cm.

O erro de medida que decorre de tal aproximação é, em centímetros, igual a

- A) $0,7 \times 10^{-5}$
- B) $0,7 \times 10^{-6}$
- C) $0,56 \times 10^{-5}$
- D) $0,56 \times 10^{-6}$
- E) $0,4 \times 10^{-6}$

⁴⁹ *Resposta: A*

(69) ANPAD RQ Q14 JUN 2016 Seja $x \in \mathbb{Z}$ tal que $-2x - 3 \geq 0$. O maior valor que pode ser assumido pela expressão $3x + 7$ é igual a

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 13
- e) -2

Resolução:

É dito que x pertence ao conjunto dos números inteiros, isto é, $x = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$. Além disso, $-2x - 3 \geq 0$, o que equivale a $2x + 3 \leq 0$, então $x \leq -3/2$ ou $x \leq -1,5$. Como queremos maximizar $3x + 7$, devemos escolher o maior valor possível para x . Então escolhemos $x = -2$. Assim $3(-2) + 7 = -6 + 7 = 1$.

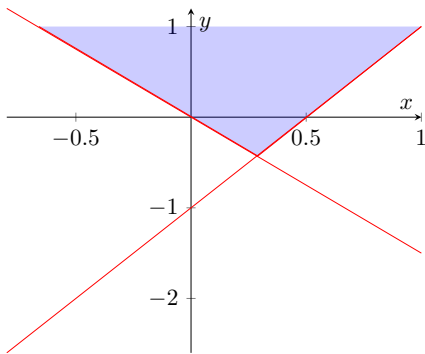
Resposta: a

(70) ANPAD RQ Q13 JUN 2010 O gráfico que melhor representa a solução do sistema

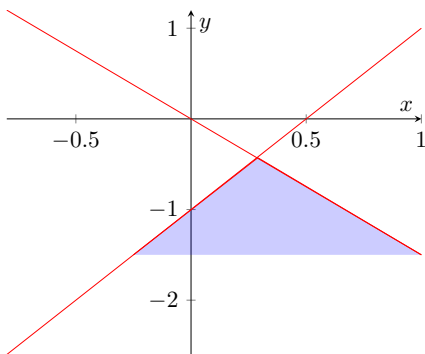
$$\begin{cases} 6x + 3y \leq 0 \\ 2x - y \geq 1 \end{cases}$$

é

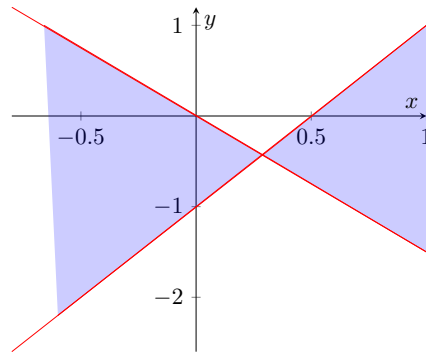
a)



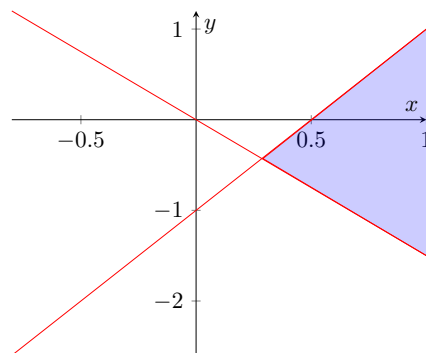
b)



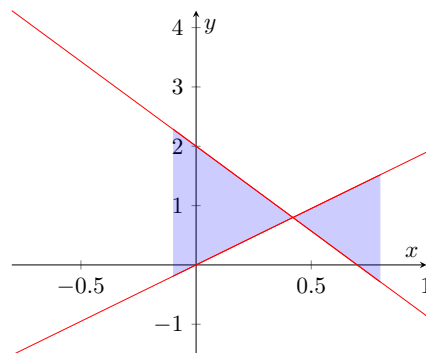
c)



d)



e)



Resolução:

Primeiro, vamos considerar a igualdade $6x + 3y = 0$, então temos que (reta r):

$$y = \frac{-6x}{3} = -2x$$

$$y = -2x$$

Considere também $2x - y = 1$, então (reta s):

$$y = -1 + 2x$$

A reta r é decrescente e passa pela origem $(0, 0)$. A reta s é crescente e passa pelo ponto $(0, -1)$. Assim descartamos a opção e).

Agora precisamos decidir pelas regiões que cada uma das desigualdades representa. Cada desigualdade é representada geometricamente pelo semiplano acima ou abaixo a cada reta associada.

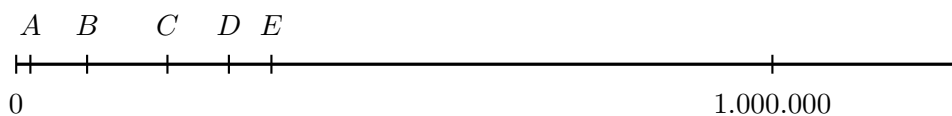
Em relação a reta r , considere o ponto $(0, -2)$. Este ponto satisfaz a desigualdade $6x + 3y \leq 0$? Sim, satisfaz pois $6 \cdot 0 + 3 \cdot (-2) = -6 \leq 0$ é verdadeiro. Se o ponto $(0, -2)$ que está abaixo da reta r satisfaz a desigualdade então todos os pontos abaixo da reta também irão satisfazer a desigualdade. Logo o semiplano abaixo da reta r representa geometricamente a desigualdade $6x + 3y \leq 0$.

Em relação a reta s , considere o ponto $(0, -2)$. Este ponto satisfaz a desigualdade $2x - y \geq 1$? Sim, satisfaz pois $2 \cdot 0 - (-2) \geq 1$ é verdadeiro. Se o ponto $(0, -2)$ que está abaixo da reta s satisfaz a desigualdade então todos os pontos abaixo da reta também irão satisfazer a desigualdade. Logo o semiplano abaixo da reta s representa geometricamente a desigualdade $2x - y \geq 1$.

Logo, a região representada na letra b) corresponde a intersecção dos dois semiplanos descritos.

Resposta: b

(71) ANPAD RQ Q18 SET 2017 Foram feitas sete marcas sobre a reta numérica real, dada a seguir. As duas marcas extremas registram os números 0 e 1.000.000. Entre essas marcas extremas estão registrados outros cinco números reais - representados pelas marcas sinalizadas pelas letras A , B , C , D e E .

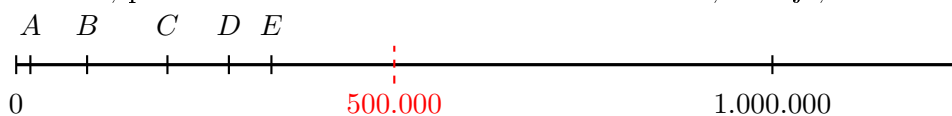


Nessa reta numérica, a localização do número 90.000 é mais próxima do número representado pela letra

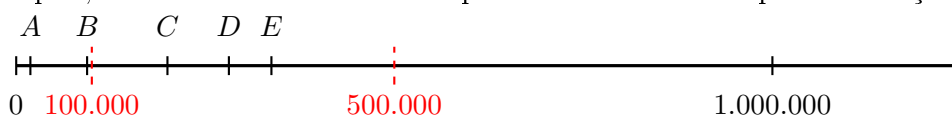
- A) C
- B) E
- C) A
- D) B
- E) D

Resolução:

Primeiro, podemos marcar a metade entre 0 e 1.000.000, ou seja, 500.000:



Depois, dividimos 500.000 em cinco partes e marcamos a o primeiro traço que ficará em 100.000:



Já percebemos que 90.000 está mais próximo de B .

Resposta: D

(72) ANPAD RQ Q29 SET 2017 Suponha que daqui a um dia (amanhã) será terça-feira. Então, daqui a 53274 dias será

- A) sábado
- B) domingo
- C) sexta-feira
- D) quarta-feira
- E) quinta-feira

Resolução:

Se hoje é segunda, daqui a 7 dias será segunda-feira novamente.

$$\frac{53274}{7} = 7610 \text{ semanas} + 4 \text{ dias}$$

segunda-feira + 4 dias = sexta-feira

Resposta: C

(73) ANPAD RQ Q25 JUL 2019⁵⁰ Suponha que, 1000 dias atrás, era uma quinta-feira. Portanto, sem contar o dia de hoje, daqui a 1000 dias será uma

- A) segunda-feira.
- B) terça-feira.
- C) quarta-feira.
- D) quinta-feira.
- E) sexta-feira.

⁵⁰ *Resposta: B*

(74) ANPAD RQ Q08 SET 2013⁵¹ Sejam os conjuntos $X = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 < 1\}$ e $Y = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{x} < 4\}$. Então, podemos afirmar que:

- a) $X \cap Y = \emptyset$
- b) $X \cap Y = (-1, \frac{1}{4})$
- c) $X \cup Y = (-\infty, 1)$
- d) $X - Y = [0, \frac{1}{4}]$
- e) $Y - X = [1, +\infty)$

⁵¹Resposta: d

7 Padrões Indutivos II

- Padrões quantitativos em sequências numéricas: aritméticos, geométricos e funcionais, recorrência, Princípio da Indução.

“As matemáticas têm invenções muito sutis e que podem servir bastante, tanto para contentar os curiosos como para facilitar todos os ofícios e diminuir o trabalho dos homens.” - R. Descartes

(75) ANPAD RLQ Q08 FEV 2022⁵² A sequência (x_n) não é uma progressão aritmética, mas a sequência (a_n) definida por $a_n = x_{n+1} - x_n$, é uma progressão aritmética de razão 2.

Se $x_1 = 1$ e $x_{10} = 100$, então o valor de x_5 é:

A) 15

B) 20

C) 30

D) 25

E) 10

⁵²Resposta: D

(76) ANPAD RQ Q20 MAR 2019 Um computador escreveu, um ao lado do outro, os múltiplos positivos de 3:

3 6 9 12 15 18 21 24 ...

Considere a sequência numérica definida pelos algarismos que foram os números escritos, da esquerda para a direita: $a_1 = 3$, $a_2 = 6$, $a_3 = 9$, $a_4 = 1$, $a_5 = 2$, e assim por diante, infinitamente.

Qual é o termo a_{967} dessa sequência?

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) 7
- E) 9

Resolução:

Termo geral da PA: $a_n = a_1 + (n - 1)r$

Quantos múltiplos com 01 algarismo existem?

$$9 = 3 + (n - 1)3$$

$$n = 3$$

Quantos múltiplos com 02 algarismos existem?

$$99 = 12 + (n - 1)3$$

$$n = 30$$

Quantos múltiplos com 03 algarismos existem?

$$999 = 102 + (n - 1)3$$

$$n = 300$$

Sequência proposta:

$$3 \times 1 = 3; 30 \times 2 = 60; 300 \times 3 = 900$$

a_{963} = último “nove” de “999”, então

a_{967} = será o “dois” de “1002”.

Resposta: B

(77) ANPAD RQ Q24 JUN 2018 Considere 152 números inteiros, ímpares, positivos e diferentes entre si, representados por $a_1, a_2, \dots, a_{152}$.

O menor valor possível para a soma

$$\sum_{i=1}^{152} a_i$$

é igual a

- A) 23104
- B) 23102
- C) 22801
- D) 22800
- E) 11628

Resolução:

O menor valor possível da soma $\sum_{i=1}^{152} a_i$ acontece quando escolhemos a sequência 1, 3, 5, 7, 9, ...

Esta sequência é uma PA de razão $r = 2$ com $a_1 = 1$.

O termo geral de uma PA é $a_n = a_1 + (n - 1)r$, assim $a_{152} = 1 + (152 - 1)2 = 1 + 151 \times 2 = 303$

A soma é dada por:

$$S_n = \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) n$$

$$S_{152} = \left(\frac{1 + 303}{2} \right) 152 = 152 \times 152 = 23104$$

Resposta: A

(78) ANPAD RQ Q4 SET 2016 Considere $a_n = \frac{n}{6^n}$, para $n \geq 1$, o termo geral de uma sequência numérica. O valor da soma infinita

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

é igual a

- a) $1/5$
- b) $6/25$
- c) $25/6$
- d) 5
- e) 6

Resolução:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{6^n} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots = \frac{1}{6^1} + \frac{2}{6^2} + \frac{3}{6^3} + \frac{4}{6^4} + \dots$$

Se tivéssemos

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{6^n} = \frac{1}{6^1} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \frac{1}{6^4} + \dots$$

poderíamos calcular a soma infinita desta PG de razão $q = 1/6$ e termo inicial $a_1 = 1/6$ através da fórmula

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{5} = 0,20$$

Note que a soma que desejamos calcular é necessariamente maior que $\frac{1}{5}$, pois cada termo da PG anterior é multiplicado por n . Com isso eliminamos a primeira alternativa.

Voltando a série original, temos que

$$\frac{1}{6^1} + \frac{2}{6^2} + \frac{3}{6^3} + \frac{4}{6^4} + \dots = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{72} + \frac{1}{324} + \dots$$

Agora observe que

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{72} + \frac{1}{324} + \dots < \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{162} + \dots$$

A série da direita é uma PG infinita com razão $q = 1/3$ e $a_1 = 1/6$, então a soma infinita é dada por

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{162} + \dots = \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Então teremos obrigatoriamente que $0,20 < \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{6^n} < 0,25$. Assim também podemos descartar as alternativas c), d) e e). Restando apenas a alternativa b) $6/25 = 0,24$.

Resposta: b

(79) ANPAD RQ Q19 SET 2017 Uma sequência $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ de números naturais é tal que seu primeiro termo $a_1 = 4$ e a diferença $a_{n+1} - a_n = 4n - 2, \forall n \geq 1$. Para $n \geq 1$, tem-se que o termo geral a_n da sequência é dado por

- A) $a_n = 2n^2 + 2$
- B) $a_n = 2n + 2$
- C) $a_n = 2n^2 - 2n + 4$
- D) $a_n = 2n^2 - 2n + 2$
- E) $a_n = 2n^2 - 4n + 6$

Resolução:

Sequência $\{a_n\}$: $a_{n+1} = a_n + 4n - 2$

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = a_{1+1} = a_1 + 4 \cdot 1 - 2 = 4 + 4 - 2 = 6$$

$$a_3 = a_{2+1} = a_2 + 4 \cdot 2 - 2 = 6 + 8 - 2 = 12$$

$$a_4 = a_{3+1} = a_3 + 4 \cdot 3 - 2 = 12 + 12 - 2 = 22$$

Sequência $\{a_n\}$: 4, 6, 12, 22...

$$a_{n+1} = a_n + 4n - 2$$

$$a_n = a_{n-1} + 4(n-1) - 2$$

$$a_2 = 4 + 4(2-1) - 2$$

$$a_3 = 4 + 4(2-1) - 2 + 4(3-1) - 2$$

$$a_4 = 4 + 4(2-1) - 2 + 4(3-1) - 2 + 4(4-1) - 2$$

$\vdots$

$$a_n = 4 + 4(2-1) - 2 + 4(3-1) - 2 + 4(4-1) - 2 + \dots + 4(n-1) - 2$$

$$a_n = [-2(n-1)] + 4[1 + (2-1) + (3-1) + (4-1) + \dots + (n-1)]$$

$$a_n = [-2n + 2] + 4[1 + 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)]$$

$$\text{Observamos que: } 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{(1+n-1)(n-1)}{2} = \frac{n^2-n}{2}$$

$$a_n = [-2n + 2] + 4[1 + \frac{n^2-n}{2}]$$

$$a_n = [-2n + 2] + 2[n^2 - n + 2]$$

$$a_n = -2n + 2 + 2n^2 - 2n + 4$$

$$a_n = 2n^2 - 4n + 6$$

Resposta: E

(80) ANPAD RQ Q3 FEV 2012⁵³ A quantidade de números inteiros entre 1 e 400 que não são múltiplos de 3 é igual a

- a) 131.
- b) 132.
- c) 133.
- d) 267.
- e) 269.

⁵³ *Resposta: d*

(81) ANPAD RQ Q4 JUN 2011 A expressão do termo geral de uma progressão geométrica é definida por $a_n = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$. Logo, a soma dos 15 primeiros termos dessa progressão é igual a

- a) $2 - \frac{2}{3^{15}}$ b) $\frac{4}{3^{15}}$ c) $\frac{4}{3^{14}}$ d) $\frac{3}{2}$ e) 2

Resolução:

Considerando $1 \leq n \leq 15$:

$$\begin{aligned}a_1 &= 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{4}{3} \\a_2 &= 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \\a_3 &= 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{4}{27} \\&\text{etc...}\end{aligned}$$

Note que a PG acima é compatível com as fórmulas dadas no caderno de provas da ANPAD, por exemplo, a fórmula do termo geral:

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$a_2 = \left(\frac{4}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^{2-1} = \frac{4}{9}$$

Vamos usar agora a fórmula da soma de uma PG finita:

$$\begin{aligned}S_n &= \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \\S_{15} &= \frac{\frac{4}{3} \cdot \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{15} - 1\right)}{\frac{1}{3} - 1} = 2 - \frac{2}{3^{15}}\end{aligned}$$

Resposta: a

8 Técnicas de Contagem

- Princípios Fundamentais da Contagem (Princípios Aditivo e Multiplicativo).
- Arranjos.
- Permutações com ou sem repetição.
- Combinações.

“A matemática, senhora que ensina o homem a ser simples e modesto, é a base de todas as ciências e de todas as artes.” - Malba Tahan

(82) ANPAD RLQ Q15 MAR 2020 A figura mostra 10 cadeiras de posições fixas dispostas lado a lado em uma sala. Cinco pessoas chegarão à sala, e cada uma se sentará em uma cadeira.



Qual é o número total de possíveis disposições dessas 5 pessoas no conjunto de cadeiras?

- A) $\frac{10!}{5!}$ B) $\frac{10!}{2}$ C) $\frac{10!}{5}$ D) $10!$ E) $5!$

Resolução:

Uma forma de modelar este problema é enxergar a situação como um *arranjo sem repetição*:

Para a P_1 (Pessoa 1) podemos alocar uma das dez cadeiras C_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$), então temos 10 possibilidades.

Para a P_2 (Pessoa 2) podemos alocar uma das nove cadeiras restantes, então temos 9 possibilidades.

Para a P_3 (Pessoa 3) podemos alocar uma das oito cadeiras restantes, então temos 8 possibilidades.

Para a P_4 (Pessoa 4) podemos alocar uma das sete cadeiras restantes, então temos 7 possibilidades.

Para a P_5 (Pessoa 5) podemos alocar uma das seis cadeiras restantes, então temos 6 possibilidades.

Total de possibilidades $= 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = \frac{10!}{5!}$

ou

$$A_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$A_{10,5} = \frac{10!}{(10-5)!} = \frac{10!}{5!}$$

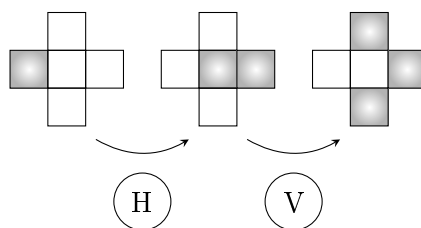
Outra forma de modelar este problema é enxergar a situação como uma *permutação com repetição*: calcular a quantidade de “anagramas” da “palavra” $P_1 P_2 P_3 P_4 P_5 V V V V V$

$$P_n^{n_1, n_2, \dots, n_r} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_r!}$$

$$P_{10}^{5,1,1,1,1,1} = P_{10}^5 = \frac{10!}{5!}$$

Resposta: A

(83) ANPAD RLQ Q11 MAR 2020⁵⁴ Um artista criou uma instalação interativa que consistia em cinco lâmpadas de LED quadradas, dispostas em cruz em uma parede. Cada lâmpada se acendia ou se apagava caso alguém encostasse nela. Além disso, também havia dois botões com as letras H e V, respectivamente. Apertar o botão H correspondia a encostar nas três lâmpadas da fileira horizontal, e apertar V correspondia a encostar nas três lâmpadas da fileira vertical. Nesse contexto, diremos que duas configurações de iluminação são da mesma classe se, e somente se, pudermos obter uma configuração a partir da outra fazendo uso apenas dos dois botões. No exemplo ao lado, mostramos três configurações que estão na mesma classe.



Na figura, apenas a lâmpada do canto esquerdo está inicialmente acesa e, quando se aperta o botão H, essa lâmpada que está acesa se apaga e as demais da fileira horizontal se acendem. Em seguida, apertando-se o botão V, as luzes da fileira vertical que ainda estavam apagadas se acendem e a do meio, que já estava acesa, se apaga. Note que a configuração em que todas as luzes estão apagadas não pertence à mesma classe das três acima.

Quantas classes de iluminação existem nessa instalação?

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 8
- E) 10

⁵⁴ Resposta: D

(84) ANPAD RLQ Q01 SET 2020⁵⁵ Durante a confraternização de um congresso internacional, quatro brasileiros, quatro chineses e quatro argentinos decidiram criar três times, com quatro pessoas em cada, para jogarem vôlei de praia. Com o intuito de estimular a socialização entre pessoas de países diferentes, estipulou-se que cada equipe deveria ter pelo menos um integrante de cada um dos três países.

De quantas maneiras distintas podem ser escolhidas as três equipes?

- ☐ 512
- ☐ 3256
- ☐ 1728
- ☐ 192
- ☐ 96

⁵⁵ *Resposta:*

(85) ANPAD RQ Q32 MAR 2019⁵⁶ Um banco precisa determinar a quantidade total de senhas de quatro dígitos que poderiam ser formadas com os algarismos 1,2,3,4 e 5 e que atendam às seguintes condições:

- I. O primeiro dígito deve ser igual ao quarto dígito;
- II. O segundo dígito deve ser diferente do terceiro dígito.

Quantas são as senhas que atendem a essas condições?

- A) 400
- B) 125
- C) 100
- D) 60
- E) 15

⁵⁶ *Resposta: C*

(86) ANPAD RQ Q20 JUL 2019⁵⁷ Quantos são os anagramas da palavra “SEGUROS” que não possuem a letra S como última letra nem como a primeira?

- A) 2520
- B) 2400
- C) 1800
- D) 1320
- E) 1200

⁵⁷ *Resposta: E*

(87) ANPAD RQ Q11 JUN 2012⁵⁸ Maria tem contas de oito cores diferentes e quer montar brincos com quatro contas enfileiradas, devendo as cores das contas ser distintas entre si. A última conta deve ser azul, preta, branca ou vermelha, e a primeira não pode ser vermelha. Assim, o número de brincos diferentes que podem ser formados é igual a

- a) 672.
- b) 750.
- c) 840.
- d) 1.240.
- e) 1.568.

⁵⁸ *Resposta: b*

(88) ANPAD RQ Q21 MAR 2019 Considere a expressão: AAAPAAR. Deseja-se saber quantos são os anagramas dessa expressão nos quais há, pelo menos, uma letra A entre as letras P e R. Quantos são os anagramas que atendem a essa restrição?

A) 42 B) 35 C) 30 D) 25 E) 20

Resolução:

Não pode haver PR, RP:

AAAAAPR, AAAAARP

$$P_7^5 - P_6^5 - P_6^5 = P_7^5 - 2 \times P_6^5 = \frac{7!}{5!} - 2 \times \frac{6!}{5!} = 30$$

Resposta: C

(89) ANPAD RQ Q31 MAR 2019 Um conjunto A possui um total de 7 elementos. Quantos subconjuntos não vazios de A existem?

- A) $7!$
- B) $7! - 1$
- C) $\frac{7!}{6}$
- D) 2^7
- E) $2^7 - 1$

Resolução:

Considere um conjunto com n elementos ($n \geq 1$). Quantos são os subconjuntos de um conjunto com n elementos (incluindo o vazio e ele próprio)? Observar que a resposta é:

$$\sum_{k=0}^{k=n} \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Teorema do binômio de Newton:

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

Fazendo $x = 1$ e $y = 1$ temos que:

$$(1 + 1)^n = \sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} 1^{n-k} 1^k$$

$$\sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k} = 2^n$$

Quantos são os subconjuntos de um conjunto com n elementos (incluindo o vazio e ele próprio)?

$$2^n$$

Fazendo $n = 7$:

$$\sum_{k=0}^{k=7} \frac{7!}{(7-k)!k!} = 2^7$$

Retirando o conjunto vazio:

$$2^7 - 1$$

Resposta: E

(90) ANPAD RQ Q21 SET 2018 Em uma empresa há 8 profissionais disponíveis para assumirem cargos de gerência. O setor de recursos humanos definirá uma equipe para transferir para gerência, formada por pelo menos um desses profissionais, ou por até todos, se julgar necessário. Duas equipes são distintas quando há algum funcionário em uma que não está na outra.

Qual o número máximo de equipes distintas que o setor de recursos humanos poderia definir para transferência?

- A) 40320
- B) 40319
- C) 256
- D) 255
- E) 64

Resolução:

$$C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

$$C_{8,1} = \frac{8!}{(8-1)!1!} = C_{8,7} = \frac{8!}{(8-7)!7!} = 8$$

$$C_{8,2} = \frac{8!}{(8-2)!2!} = C_{8,6} = \frac{8!}{(8-6)!6!} = 28$$

$$C_{8,3} = \frac{8!}{(8-3)!3!} = C_{8,5} = \frac{8!}{(8-5)!5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

$$C_{8,4} = \frac{8!}{(8-4)!4!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$$

$$C_{8,8} = \frac{8!}{(8-8)!8!} = 1$$

$$C_{8,1} + C_{8,2} + C_{8,3} + C_{8,4} + C_{8,5} + C_{8,6} + C_{8,7} + C_{8,8} = 8 + 28 + 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1 = 255$$

Resposta: D

(91) ANPAD RQ Q7 SET 2014 A quantidade de anagramas da palavra ANPAD em que as letras A aparecem separadas é igual a

- a) 24
- b) 36
- c) 60
- d) 84
- e) 96

Resolução:

Primeiro passo: calcular o número de permutações com 5 elementos, com 2 repetições do elemento A.

$$P_5^2 = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

Segundo passo: calcular o número de permutações em que os elementos A aparecem juntos (na forma AA). Ou seja, permutação simples de 4 elementos (AA, N, P, D):

$$P_4 = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Terceiro passo: $60 - 24 = 36$ anagramas em que as letras A aparecem separadas.

Resposta: b

(92) ANPAD RQ Q28 JUN 2017 Em um *buffet self-service*, os clientes montam suas saladas sempre com 5 ingredientes diferentes, escolhidos dentre os 20 disponíveis, e com um tipo de molho, escolhido dentre os 6 disponíveis. Os ingredientes e o molho são então misturados por um funcionário do *buffet*, e o cliente recebe a mistura servida em um prato. Qual é o número máximo de misturas diferentes de 5 ingredientes e um molho que podem ser criadas?

- a) 11.162.880
- b) 93.024
- c) 15.510
- d) 15.504
- e) 2.880

Resolução:

$$C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

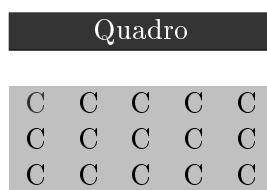
$$C_{20,5} = \frac{20!}{(20-5)!5!} = \frac{20!}{15!5!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15!5!} = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 15.504$$

$$C_{6,1} = \frac{6!}{(6-1)!1!} = \frac{6!}{5!} = 6$$

$$C_{20,5} \times C_{6,1} = 15.504 \times 6 = 93.024$$

Resposta: b

(93) ANPAD RQ Q21 SET 2017 A figura mostra uma sala de aula que tem 15 cadeiras e que, no momento, está vazia.



Dez estudantes entrarão na sala e escolherão as cadeiras em que irão se sentar. Não mais do que um estudante ocupará uma mesma cadeira, e nenhuma delas terá sua posição alterada.

O número total de formas distintas em que os estudantes podem se dispor na sala, sentados em cadeiras, é igual a

- A) $10!$
- B) 10×15
- C) $\frac{15!}{5}$
- D) $\frac{15!}{5!}$
- E) $\frac{15!}{10!}$

Resolução:

Vamos considerar que temos dez estudantes e cinco espaços vazios (cadeiras vazias). A ordem importa neste caso. Temos então 10 estudantes diferentes e cinco espaços vazios iguais. Vamos calcular quantas permutações de 15 elementos podemos fazer com 5 elementos repetidos.

$$P_{15}^5 = \frac{15!}{5!}$$

Resposta: D

(94) ANPAD RQ Q31 SET 2017 Em uma turma, há 6 meninos e 4 meninas. Precisa-se criar uma comissão de alunos para organizar a festa de formatura. Nessa comissão:

1. Deve haver meninos e meninas.
2. Não pode haver mais de 6 integrantes.
3. Não pode haver menos de 5 integrantes.

De quantas maneiras a comissão pode ser formada?

- A) 720
- B) 462
- C) 815
- D) 455
- E) 515

Resolução:

$\{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, G_1, G_2, G_3, G_4\}$

A ordem não importa, usamos então o conceito de Combinação.

$$C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Primeiro consideramos o caso em que a comissão possui seis integrantes. Calculamos quantas combinações de 10 pessoas (meninos e meninas) podemos fazer 6 a 6:

$$C_{10,6} = \frac{10!}{(10-6)!6!} = \frac{10!}{4!6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$$

Depois consideramos o caso em que a comissão possui 5 integrantes. Calculamos quantas combinações de 10 pessoas (meninos e meninas) podemos fazer 5 a 5:

$$C_{10,5} = \frac{10!}{(10-5)!5!} = \frac{10!}{5!5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 252$$

Notamos que se a comissão tiver seis integrantes, poderemos montar 01 comissão só de meninos, mas não poderemos montar nenhuma comissão só de meninas.

$$C_{6,6} = 1$$

Se a comissão tiver cinco integrantes, não poderemos formar nenhuma comissão só de meninas. Mas poderemos formar 06 comissões só de meninos.

$$C_{6,5} = \frac{6!}{(6-5)!5!} = \frac{6!}{1!5!} = 6$$

Dessa forma, precisamos descontar essas comissões só de meninos $(1 + 6)$ do total de comissões formadas $(210 + 252)$.

Então, teremos $210 + 252 - (1 + 6) = 462 - 7 = 455$.

Resposta: D

(95) ANPAD RQ Q2 JUN 2012⁵⁹ Três rapazes e três moças vão ao cinema e desejam sentar-se, os seis, lado a lado, na mesma fileira. O número de maneiras pelas quais eles podem distribuir-se nos assentos de modo que as três moças fiquem juntas, uma ao lado da outra, e nas extremidades fiquem apenas rapazes é igual a

- a) 3
- b) 6
- c) 36
- d) 72
- e) 108

⁵⁹ *Resposta: d*

9 Expressões e Equações Algébricas

- Expressão algébrica.
- Fatoração.
- Produtos notáveis.
- Equações polinomiais.
- Equações com mais de uma variável.

“A essência da matemática não é fazer das coisas simples coisas complicadas, mas fazer das coisas complicadas coisas simples.” - S. Gudder

(96) ANPAD RLQ Q02 NOV 2021⁶⁰ Seja R a região do plano cartesiano que corresponde à solução do sistema de inequações dado por

$$\begin{cases} y - x \leq 1 \\ 2y + 2x \leq 10 \end{cases}$$

Seja $P(x, y)$ um ponto pertencente à região R . Qual é o valor máximo de y ?

- A) 5
- B) 3
- C) 1
- D) 6
- E) 4

⁶⁰ *Resposta: B*

(97) ANPAD RQ Q10 JUN 2012⁶¹ Seja $x = 12345678^2 - 12345677^2$. Depois de realizada a operação, a soma dos algarismos de x será igual a

- a) 1
- b) 15
- c) 35
- d) 71
- e) 93

⁶¹ *Resposta: c*

(98) ANPAD RQ Q29 JUL 2019⁶² O valor das ações de uma empresa subiu 20% ao mês durante 3 meses consecutivos. Nos 2 meses seguintes, o valor das ações caiu 30% ao mês.

O desempenho acumulado do valor das ações nesses 5 meses é mais próximo

- A) da estabilidade.
- B) de uma queda de 15%.
- C) de uma queda de 10%.
- D) de uma valorização de 10%.
- E) de uma valorização de 15%.

⁶² *Resposta: B*

(99) ANPAD RQ Q23 SET 2018⁶³ Seja x um número real positivo e $y = \frac{3x}{8}$. Calcular 133,333...% de y é o mesmo que calcular

- A) 48% de x .
- B) 50% de x .
- C) 83,333...% de x .
- D) 95,8333...% de x .
- E) x .

⁶³ *Resposta: B*

(100) ANPAD RQ Q24 SET 2018⁶⁴ Uma placa quadrada de porcelanato possui área A . Foi colocada à venda uma nova placa de porcelanato retangular, cujo comprimento é 20% maior e cuja largura é 20% menor do que aqueles da placa quadrada.

A área da nova placa de porcelanato corresponde a

- A) 110% de A .
- B) 104% de A .
- C) A .
- D) 96% de A .
- E) 90% de A .

⁶⁴ *Resposta: D*

(101) ANPAD RQ Q15 SET 2014 O salário de Maria é 20% maior que o de Neide, e o salário de Paulo é 60% maior que o de Neide. Em relação ao salário de Maria, o de Paulo é maior em aproximadamente

- a) 30%
- b) 31%
- c) 33%
- d) 37%
- e) 40%

Resolução:

$$M = N + 0,2N$$

$$M = 1,2N$$

$$N = \frac{M}{1,2}$$

$$P = N + 0,6N$$

$$P = 1,6N$$

$$P = 1,6 \cdot \frac{M}{1,2}$$

$$P = \frac{4}{3} \cdot M$$

$$P = 1,33M$$

$$P = 1M + 0,33M$$

Resposta: c

(102) ANPAD RQ Q13 SET 2014 A expressão

$$\frac{(2x+1)^2 - (2x-1)^2}{(x-1)^2 + 2(x-1) + 1}$$

é equivalente a

- a) $\frac{8}{x}$
- b) $\frac{2}{x^2}$
- c) $\frac{2}{x^2+2x-2}$
- d) $\frac{8x^2+2}{x^2}$
- e) 0

Resolução:

A forma mais rápida de resolver a questão é perceber que buscamos a equivalência da expressão para qualquer valor de x . Então podemos escolher um x qualquer e procurar pela expressão que produz um valor igual ao da expressão original.

Para $x = 1$, temos que:

$$\frac{(2 \cdot 1 + 1)^2 - (2 \cdot 1 - 1)^2}{(1 - 1)^2 + 2(1 - 1) + 1} = \frac{(3)^2 - (1)^2}{(0)^2 + 2(0) + 1} = \frac{9 - 1}{1} = \frac{8}{1} = 8$$

Dentre as alternativas, a única que produz o valor 8 quando $x = 1$ é a expressão $\frac{8}{x}$.

Resposta: a

(103) ANPAD RQ Q13 SET 2016 Considere a seguinte equação algébrica:

$$\frac{x^2 - 18x + 81}{-x^2 + 8x + 9} = 0$$

Essa equação

- a) não possui raízes reais.
- b) possui três raízes reais.
- c) possui apenas duas raízes reais e distintas.
- d) possui apenas uma raiz real, cuja multiplicidade é igual a 1.
- e) possui apenas uma raiz real, cuja multiplicidade é igual a 2.

Resolução:

Para que uma fração do tipo N/D seja igual a zero, duas condições precisam ser impostas:

1. $N = 0$;

2. $D \neq 0$.

Fazendo $x^2 - 18x + 81 = 0$, temos que

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-18)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 81 = 324 - 324 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-18) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = \frac{18}{2} = 9$$

Podemos escrever

$$(x - 9) \cdot (x - 9) = (x - 9)^2 = x^2 - 18x + 81 = 0 \quad \text{para } x = 9$$

dizemos então que 9 é uma raiz com multiplicidade igual a dois para a equação $x^2 - 18x + 81 = 0$

Mas estamos analisando toda a expressão, então note que para $x = 9$, $D = 0$. Isso gera uma indeterminação matemática ($0/0$), ou seja, não pode ser calculada. Então dizemos que toda a expressão não possui raízes reais.

Resposta: a

(104) ANPAD RQ Q34 SET 2017 Um número real positivo N foi aumentado em 44%. Consequentemente, o novo valor da raiz quadrada de N é igual ao valor anterior da raiz aumentado em

- A) 11%
- B) 44%
- C) 22%
- D) 20%
- E) 6,7%

Resolução:

$$\begin{aligned}N + 0,44N &= 1,44N \\ \sqrt{1,44N} &= \sqrt{1,44}\sqrt{N} \\ 1,2\sqrt{N} &= \sqrt{N} + 0,20\sqrt{N}\end{aligned}$$

Resposta: D

(105) ANPAD RQ Q22 SET 2017 O volume de uma caixa d'água corresponde ao volume de 69 reservatórios secundários idênticos. Se a capacidade de cada reservatório secundário fosse 15% maior do que a sua capacidade original, então o volume da caixa d'água corresponderia ao volume de quantos reservatórios?

- A) 54
- B) 60
- C) 58
- D) 79
- E) 59

Resolução:

$$\begin{aligned}V_c &= 69V_{ri} \\V_{rf} &= V_{ri} + 0,15V_{ri} = 1,15V_{ri} \\V_{ri} &= \frac{V_{rf}}{1,15} \\V_c &= 69 \cdot \frac{V_{rf}}{1,15} \\\frac{V_c}{V_{rf}} &= \frac{69}{1,15} \\\frac{V_c}{V_{rf}} &= 60\end{aligned}$$

Resposta: B

(106) ANPAD RQ Q28 SET 2017 Wanderley gosta de correr ouvindo música. Ele costuma correr o mesmo percurso e ouvir, inteiramente, as mesmas 16 músicas da sua *playlist*, sem interrupção. O tempo médio de duração das músicas é de 3,5 minutos, e não há intervalo de tempo entre uma música e outra. Ontem, ele terminou o percurso imediatamente antes de começar a última das 16 músicas. Se a velocidade média ontem foi 5% maior que a de costume, então a duração da última música é de

- A) 2 minutos
- B) 3 minutos
- C) 3 minutos e 20 segundos
- D) 2 minutos e 20 segundos
- E) 2 minutos e 40 segundos

Resolução:

$$t_{m1} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_{16}}{16}, \text{ assim } \sum_{i=1}^{i=16} t_i = 16 \cdot t_{m1}$$

$$t_{m2} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots + t_{15}}{15}, \text{ assim } \sum_{i=1}^{i=15} t_i = 15 \cdot t_{m2}$$

$$V_{m1} = \frac{d}{16 \cdot t_{m1}} = \frac{d}{16 \cdot 3,5} = \frac{d}{56}$$

$$V_{m2} = V_{m1} + 0,05V_{m1} = 1,05V_{m1}$$

$$V_{m2} = \frac{d}{15 \cdot t_{m2}}$$

$$\frac{d}{15 \cdot t_{m2}} = 1,05 \cdot \frac{d}{56}$$

$$\frac{1}{15 \cdot t_{m2}} = 1,05 \cdot \frac{1}{56}$$

$$\frac{15 \cdot t_{m2}}{1} = \frac{56}{1,05} = 53,33$$

$$15 \cdot t_{m2} = 53,33$$

Dessa forma temos que: $\sum_{i=1}^{i=15} t_i = 53,33$ e $\sum_{i=1}^{i=16} t_i = 56$.

Tempo da última música: $56 - 53,33 = 2,67$ min

$$2,67 = (2 + 0,67) \text{ min}$$

$$0,67 \times 60 \cong 40 \text{ seg}$$

Resposta: E

(107) ANPAD RQ Q30 SET 2017 Sejam a e b números reais positivos tais que o sistema linear

$$\begin{cases} ax + 3y = \frac{1}{b} \\ (a + 6)x + 6y = b \end{cases}$$

possui mais de uma solução. O quociente $\frac{a}{b}$ é igual a

- A) $6\sqrt{2}$
- B) $3\sqrt{2}$
- C) $\frac{\sqrt{2}}{6}$
- D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Resolução:

Cada equação linear é representada no plano cartesiano por uma reta. Quando um sistema de duas equações lineares não possui solução, significa que as duas retas são paralelas (não se cruzam).

Se as retas se cruzam em um ponto, o sistema tem uma única solução.

A terceira possibilidade geométrica é aquela em que as duas retas estão sobrepostas, neste caso temos na verdade uma única reta escrita algebricamente de forma diferente. Assim temos mais de uma solução (infinitas).

Para que as retas apresentadas no sistema sejam iguais deve haver proporcionalidade entre cada termo. Isto é:

$$\frac{a}{a+6} = \frac{3}{6} = \frac{\frac{1}{b}}{b}$$

Então:

$$\frac{a}{a+6} = \frac{1}{2}$$

e

$$\frac{1}{b^2} = \frac{1}{2}$$

Dessa forma, $2a = a + 6$ e assim $a = 6$. E $b^2 = 2$, então $b = \sqrt{2}$.

$$\frac{a}{b} = \frac{6}{\sqrt{2}}$$

Racionalizando temos que:

$$\frac{6}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

Resposta: B

(108) ANPAD RQ Q2 SET 2011⁶⁵ O conjunto solução da equação $(x + 1)e^x = (x + 1)$ é

- a) $\{0\}$
- b) $\{-1\}$
- c) $\{0, 1\}$
- d) $\{0, -1\}$
- e) $\{1, -1\}$

⁶⁵Resposta: d

10 Sistemas Lineares, Matrizes e Determinantes

- Sistemas Lineares,
- Discussão de Sistemas,
- Forma Matricial de Sistemas Lineares,
- Regra de Cramer,
- Inversão de Matrizes,
- Posto de Matrizes.

“Entendo por razão, não a faculdade de raciocinar, que pode ser bem ou mal utilizada, mas o encadeamento das verdades que só pode produzir verdades, e uma verdade não pode ser contrária a outra.” - Leibniz

(109) ANPAD RLQ Q04 MAR 2020⁶⁶ Sabe-se que x , y e z são números reais que satisfazem o sistema linear

$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ 2x + z = 2 \end{cases}$$

Quanto vale $x - y - z$?

- A) 3
- B) 5
- C) 7
- D) -3
- E) -7

⁶⁶ *Resposta: A*

(110) ANPAD RLQ Q09 SET 2020 Um relógio de xadrez é um conjunto de dois relógios montados juntos em uma única peça com botões que permitem acionar um dos dois ao mesmo tempo que se interrompe a contagem do outro, de forma que nunca aconteça de os dois andarem simultaneamente (vide figura abaixo). São usados em jogos de dois competidores nos quais os jogadores tenham turnos alternados de movimentação. Sua finalidade é controlar o tempo total que cada jogador gasta em seus movimentos e evitar atrasos indevidos no jogo.

Em uma partida de um torneio internacional de xadrez, o tempo de jogo do competidor russo, além de ter sido quinze minutos inferior ao do seu adversário argentino, também correspondeu a 40% do tempo total da partida.

Quanto tempo durou a partida?

- ☐ 1h15min.
- ☐ 30min.
- ☐ 45min.
- ☐ 1h.
- ☐ 1h30min.

Resolução:

$$\begin{cases} y = x - 15 \\ y = \frac{40}{100}(x + y) \end{cases}$$

$x + y = ?$

Por substituição, $y = \frac{2}{3}x$, então $x = 45$ min e $y = 30$ min. Logo, $x + y = 75$ min, ou seja, 1h15min.

Resposta: A

(111) ANPAD RQ Q31 FEV 2018 Considere o sistema linear

$$\begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ -3x + y + 3z = -2 \\ -x - 3y + 5z = 0 \end{cases}$$

Se (x, y, z) é uma solução do sistema linear acima, então o valor da expressão $4x + 2y - 8z$ é igual a

- A) -2
B) -1
C) 0
D) 1
E) 2

Resolução:

O sistema pode ser reescrito na forma matricial como segue: o sistema tem alguma(s) solução(ões).

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Para sistemas lineares com n equações e n incógnitas, sabemos que:

$\det A \neq 0 \iff$ sistema é determinado

$\det A = 0 \iff$ sistema é indeterminado ou impossível

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Calculando o determinante de A pela regra de Sarrus,

$$\begin{array}{ccccc} & + & & + & \\ & a_{11} & & a_{12} & & a_{13} \\ & a_{21} & & a_{22} & & a_{23} \\ & a_{31} & & a_{32} & & a_{33} \\ & - & & - & & - \end{array}$$

obtemos:

$$\det A = (1)(1)(5) + (-2)(3)(-1) + (1)(-3)(-3)$$

$$-(-1)(1)(1) - (-3)(3)(1) - (5)(-3)(-2) = 0$$

$\det A = 0$, assim o sistema apresenta infinitas soluções ou é impossível. O enunciado garante que

Dois sistemas são equivalentes (possuem mesmas soluções) quando um deles pode ser obtido a partir do outro por meio das seguintes operações:

- trocar de lugares entre si duas equações;
- multiplicar uma equação por um número real não nulo;
- somar a uma equação uma outra equação do sistema previamente multiplicada por um número real.

Notamos que se somamos a segunda equação com a terceira obtemos: $-4x - 2y + 8z = -2$, isto equivale a $4x + 2y - 8z = 2$ (multiplicando-se por -1).

De forma semelhante, somando-se a primeira equação com a segunda teremos: $-2x - y + 4z = -1$, isto é equivalente a $4x + 2y - 8z = 2$ (multiplicando-se por -2).

Também é possível chegar ao mesmo resultado multiplicando-se a terceira por -1 , somando-se a primeira: $2x + y - 4z = 1$ e por fim multiplicando por 2.

Resposta: E

(112) ANPAD RQ Q19 OUT 2019⁶⁷ Uma matriz $A_{5 \times 5}$ possui determinante igual a zero.

Se cada linha dessa matriz for multiplicada por uma mesma constante $K > 1$, então qual será o determinante da nova matriz obtida?

- A) 0
- B) K
- C) $5K$
- D) K^5
- E) K^{25}

⁶⁷ *Resposta: A*

(113) ANPAD RQ Q32 SET 2018⁶⁸ A seguir é exibida uma matriz 4×4 , na qual uma linha e duas colunas foram apresentadas.

$$\begin{bmatrix} \dots & \dots & 8 & 0 \\ \dots & \dots & x & y \\ 2 & 4 & w & q \\ \dots & \dots & z & k \end{bmatrix}$$

Os termos que compõem a linha e as colunas dadas são números inteiros *não negativos*. Nessa linha e nessas colunas, são válidas as seguintes propriedades:

- I. Na linha, há apenas um zero, dois termos iguais entre si e o termo restante diferente desses últimos.
- II. Em cada coluna, há apenas um zero, dois termos iguais entre si e o termo restante diferente desses últimos.
- III. A soma dos quatro termos presentes na linha e a soma dos quatro termos que compõem cada coluna são iguais a S .
- IV. Tem-se $S < 12$, $y < q$ e $k < q$.

A soma $x + y + z$ é igual a

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 10

⁶⁸ Resposta: C

(114) ANPAD RQ Q17 JUN 2010⁶⁹ O traço de uma matriz é definido como a soma dos elementos da diagonal principal. Se a matriz $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ é definida por

$$a_{ij} = i \cdot j, \text{ se } i \neq j$$

$$a_{ij} = i^{j+1}, \text{ se } i = j$$

então o traço dessa matriz é

- a) 14
- b) 36
- c) 90
- d) 104
- e) 112

⁶⁹Resposta: c

(115) ANPAD RQ Q5 JUN 2011⁷⁰ O determinante da matriz real $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ definida por

$$a_{ij} = i \cdot j, \text{ se } i > j$$

$$a_{ij} = 0, \text{ se } i = j$$

$$a_{ij} = j - i \cdot j, \text{ se } i < j$$

é igual a

a) 0

b) 21

c) 27

d) -21

e) -27

⁷⁰Resposta: c

(116) ANPAD RQ Q5 SET 2016 Seja M o conjunto de todas as matrizes quadradas de ordem 4 cujos termos a_{ij} , $i, j = 1, 2, 3, 4$ são iguais a 0, 5, 7 ou 9. Uma matriz de M é dita *simétrica* quando ela é igual à sua matriz transposta e é dita *especial* quando ela é simétrica e possui todos os elementos da diagonal principal distintos. No total, quantas matrizes de M são *especiais*?

- a) 4^7
- b) $2 \cdot 4^7$
- c) $4! \cdot 6!$
- d) $4^6 \cdot 4!$
- e) $2 \cdot 4^6 \cdot 4!$

Resolução:

Para obter a transposta de uma matriz, basta que se troque linhas por colunas. Denotamos a matriz transposta de uma matriz $\mathbf{A}$ como $\mathbf{A}^t$. Representamos da seguinte forma:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}^t = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_{41} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & a_{42} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{43} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{pmatrix}$$

As matrizes especiais $\in M$ devem satisfazer as seguintes condições:

1. Ser simétrica ($\mathbf{A} = \mathbf{A}^t$)

Então

$$a_{21} = a_{12}$$

$$a_{31} = a_{13}$$

$$a_{32} = a_{23}$$

$$a_{41} = a_{14}$$

$$a_{42} = a_{24}$$

$$a_{43} = a_{34}$$

2. Todos os elementos da diagonal principal distintos

Então

$$a_{11} \neq a_{22} \neq a_{33} \neq a_{44}$$

Precisamos saber quantas matrizes especiais existem em M .

Antes, observe que para uma matriz pertencer ao conjunto M ela precisa ser quadrada, de ordem 4 e possuir termos iguais a 0, 5, 7 ou 9. Ou seja, uma matriz em M tem $4 \cdot 4 = 16$ entradas que podem ser 0, 5, 7 ou 9. Em cada uma das 16 entradas pode ser ocupada por um dos quatro algarismos,

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 4 \text{ possibilidades} & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{array}$$

assim o conjunto M possui 4^{16} matrizes, isto é, $4^{16} = 4.294.967.296$ matrizes.

O conjunto de matrizes especiais é menor em quantidade, pois deve-se respeitar as condições 1 e 2.

Precisamos escolher um entre quatro algarismos para as posições $a_{21}, a_{31}, a_{32}, a_{41}, a_{42}, a_{43}$.

Precisamos escolher um entre quatro algarismos para a posição a_{11} . Uma vez escolhido a_{11} , pela condição 1, teremos três possibilidades para a posição a_{22} , duas possibilidades para a posição a_{33} e apenas uma possibilidade para a posição a_{44} .

$$\begin{array}{cccccccccccc} 4 \text{ possibilidades} & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ a_{21} & a_{31} & a_{32} & a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{11} & a_{22} & a_{33} & a_{44} \end{array}$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4^6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4^6 \cdot 4! = 98.304 \text{ matrizes}$$

Resposta: d

(117) ANPAD RQ Q4 FEV 2010⁷¹ Um sistema é possível e determinado (ou seja, tem uma única solução) se, e somente se, o determinante da sua matriz de coeficientes for diferente de zero. Assim, os valores de m para que o sistema ao lado NÃO seja possível e determinado são

$$\begin{cases} mx + y - z = 2 \\ x + my + z = 1 \\ x - z = 2 \end{cases}$$

- A) 1 ou -2
- B) -1 ou 2
- C) 0 ou 1 ou -2
- D) todos os números reais, exceto 1 e -2
- E) todos os números reais, exceto -1 e 2

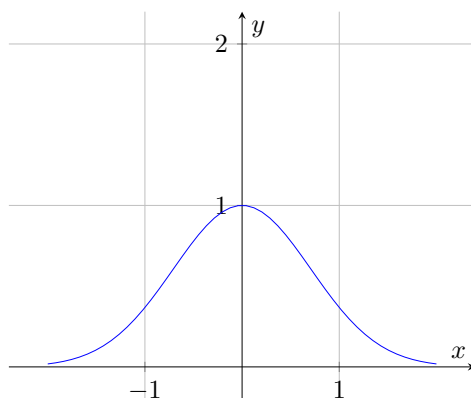
⁷¹Resposta: B

11 Funções

- Definição, domínio, contradomínio e imagem.
- Tipos de Função (injetora, sobrejetora e bijetora), funções inversas, funções compostas.
- Operações com funções.
- Categorias de funções, suas propriedades e representações gráficas:
 - Função Constante,
 - Função Afim,
 - Função polinomial,
 - Funções Trigonométricas,
 - Funções Logarítmicas,
 - Funções Exponenciais
 - Funções Modulares.

“Ou a matemática é muito grande para a mente humana, ou a mente humana é mais do que uma máquina.” - Kurt Gödel

(118) ANPAD RLQ Q03 NOV 2020⁷² A figura mostra parte do gráfico de uma função definida no conjunto dos números reais.



Identifique a função algébrica que é mais bem representada pelo gráfico.

A) $f(x) = -x^2 + 1$

B) $f(x) = -x^2$

C) $f(x) = e^{-x^2}$

D) $f(x) = e^{x^2}$

E) $f(x) = \log(1 + x^2)$

⁷²Resposta: C

(119) ANPAD RQ Q34 OUT 2019 ZAPPI e UNTER são dois aplicativos que oferecem serviço de entrega. A tabela abaixo descreve como varia o preço do serviço nos dois aplicativos.

	Taxa constante	Valor por carga transportada (R\$/Kg)	Valor por distância percorrida (R\$/Km)
ZAPPI	R\$ 5,00	R\$ 5,00	R\$ 5,00
UNTER	R\$ 7,00	R\$ 2,00	R\$ 0,50

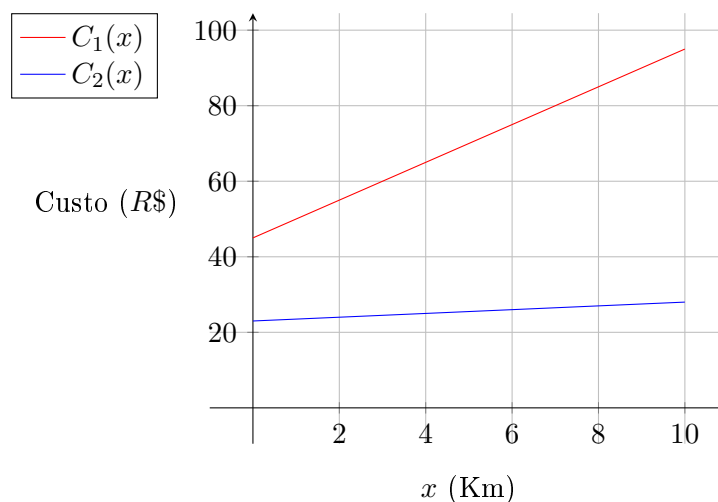
Suponha que se deseja transportar uma carga de 8kg. Nesse caso, qual é a distância mínima que torna mais vantajoso usar exclusivamente o aplicativo UNTER?

- A) 10km
- B) 12km
- C) 14km
- D) 16km
- E) 18km

Resolução:

Custo total ZAPPI em função da distância percorrida em Km (x): $C_1(x) = 5 + 5 \cdot 8 + 5x = 45 + 5x$

Custo total UNTER em função da distância percorrida em Km (x): $C_2(x) = 7 + 2 \cdot 8 + 0,5x = 23 + 0,5x$



É sempre mais vantajoso usar UNTER, ou seja, a partir de 0 Km.

Questão anulada.

(120) ANPAD RQ Q22 SET 2018⁷³ Sabe-se que x e y são números reais tais que $y = 3^{4x}$.

Ou seja, o número real x é igual a

- A) $\frac{1}{4 \cdot \log_3(y)}$
- B) $-\log_3(4y)$
- C) $\log_3(\sqrt[4]{y})$
- D) $\log_3(y^4)$
- E) $\log_3(\frac{y}{4})$

⁷³Resposta: C

(121) ANPAD RQ Q8 SET 2016 Para $x > 0$, considere a seguinte equação logarítmica:

$$\log_{10}(x) \cdot \ln(10) + \log_5(x) \cdot \ln(5) = 4$$

O valor de $\sqrt{x}$ é igual a

- a) 2
- b) 4
- c) $\sqrt{2e}$
- d) e
- e) e^2

Resolução:

Como a variável x aparece como argumento de logaritmos de bases distintas, o primeiro passo é fazer mudança de bases em ambos. Vamos escolher a base natural e .

Então

$$\log_5(x) = \frac{\log_e(x)}{\log_e(5)} = \frac{\ln(x)}{\ln(5)}$$

$$\log_{10}(x) = \frac{\log_e(x)}{\log_e(10)} = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$$

Substituindo na equação temos que

$$\frac{\ln(x)}{\ln(10)} \cdot \ln(10) + \frac{\ln(x)}{\ln(5)} \cdot \ln(5) = 4$$

$$\ln(x) + \ln(x) = 4$$

$$2 \ln(x) = 4 \rightarrow \ln(x) = 2 \rightarrow x = e^2$$

$$\sqrt{x} = e$$

Resposta: d

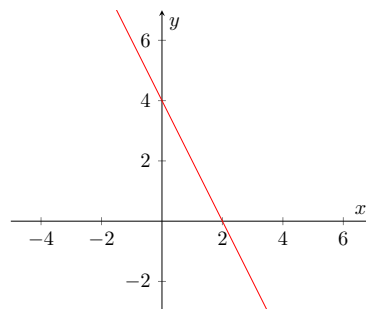
(122) ANPAD RQ Q31 OUT 2019⁷⁴ A reta $r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = 5\}$ intersecta o gráfico da função quadrática f quando $x = -3$ ou $x = 1$.

Se o maior valor que f atinge é 9, qual é o menor valor de x tal que $f(x) = 0$?

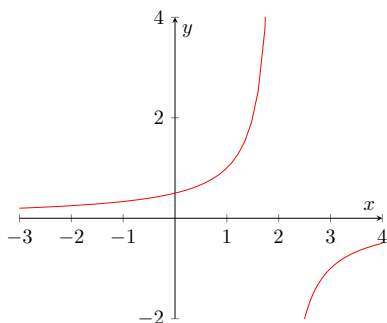
- A) -4
- B) -5
- C) -6
- D) 2
- E) 0

⁷⁴ *Resposta: A*

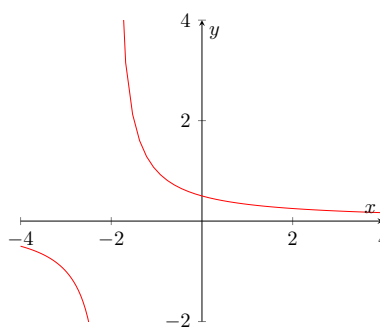
(123) ANPAD RQ Q34 MAR 2019 ⁷⁵ A figura ao lado mostra o gráfico de uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Se a função g é definida, sobre o seu domínio maximal, por $g(x) = \frac{1}{f(x)}$, então qual é a melhor representação do seu gráfico?



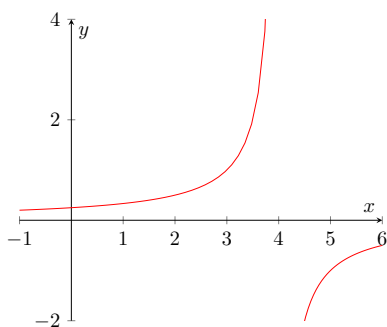
A)



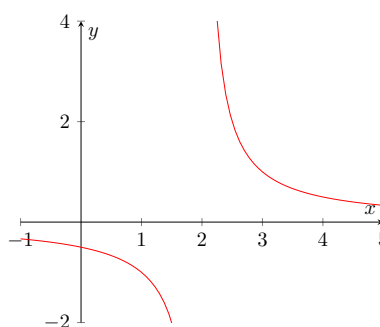
B)



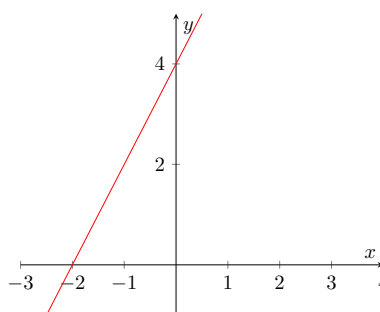
D)



C)



E)



⁷⁵ Resposta: A

(124) ANPAD RQ Q28 JUL 2019⁷⁶ Duas funções quadráticas, $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, assumem valor máximo 10 quando $x = 3$. Sabe-se que $x = -1$ é um zero da função f .

Então, $x = 7$ será um zero da função g se, e somente se,

A) $f(x) = g(x), \forall x \in \mathbb{R}$.

B) $f(x) = g(x) - 4, \forall x \in \mathbb{R}$.

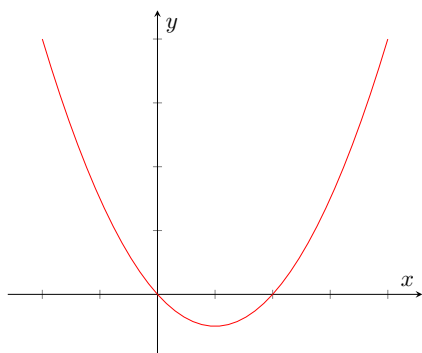
C) $f(x) = g(x) - 8, \forall x \in \mathbb{R}$.

D) $f(x) = g(x) + x^2 - 49, \forall x \in \mathbb{R}$.

E) $f(x) = g(x) - (x - 3)^2 + 10, \forall x \in \mathbb{R}$.

⁷⁶Resposta: A

(125) ANPAD RQ Q33 FEV 2018 A seguir é exibido o gráfico da função real $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, algebricamente definida por $f(x) = x^2 - 2x$.



A função real $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, algebricamente definida

Resolução:

O módulo ou valor absoluto de um número x é definido por:

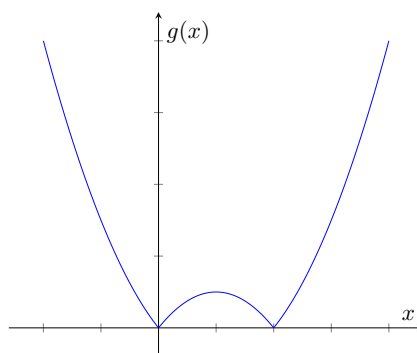
- $|x| = x$, se $x \geq 0$
- $|x| = -x$, se $x < 0$

Ou seja, o módulo de um número positivo é igual ao próprio número e o módulo de um número negativo é igual ao número multiplicado por -1 . Dessa forma, ao aplicarmos o módulo a um número teremos sempre valores positivos.

Observamos que os valores de $f(x) = x^2 - 2x$ são negativos entre zero e dois ($0 < x < 2$). Ao aplicar o módulo a função $f(x)$ teremos como resultado o seguinte gráfico para $g(x)$:

por $g(x) = |f(x)|$, é decrescente quando restrita ao intervalo

- A) $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$
- B) $[\frac{3}{4}, \frac{7}{8}]$
- C) $[\frac{11}{10}, \frac{8}{7}]$
- D) $[\frac{11}{5}, \frac{16}{7}]$
- E) $[3, 4]$



Entre zero e dois a função $f(x)$ será “rebatida” para acima do eixo x . Nas demais regiões a função $g(x)$ será idêntica a função $f(x)$.

Notamos visualmente que $g(x)$ é decrescente de menos infinito até zero e no intervalo $1 < x < 2$.

Entre as alternativas apresentadas, apenas a alternativa C corresponde a um intervalo contido em $1 < x < 2$.

Resposta: C

(126) ANPAD RQ FEV 2014 Sejam x o valor, em reais, que uma empresa gasta anualmente em mão de obra e y o valor que investe anualmente em tecnologia. A produção anual dessa empresa é dada por $P = x^\alpha \cdot y^\beta$, em que α e β são constantes reais positivas satisfazendo $\alpha + \beta = 1$. Sabendo que a empresa dobrou a produção ao reduzir os gastos com mão de obra pela metade e quadruplicou o investimento em tecnologia, determine o valor da constante α .

- a) $1/4$
- b) $1/3$
- c) $1/2$
- d) $2/3$
- e) $3/4$

Resolução:

Considere que inicialmente usamos um valor x_1 qualquer em mão de obra e y_1 qualquer de tecnologia. Assim vamos gerar uma produção $P_1 = x_1^\alpha \cdot y_1^\beta$.

Agora vamos considerar que cortamos pela metade o valor em mão de obra, então $x_2 = x_1/2$ e quadruplicamos o valor em tecnologia $y_2 = 4y_1$, assim dobramos a produção $P_2 = 2P_1$.

$$\begin{aligned}
 P_2 &= x_2^\alpha \cdot y_2^\beta \\
 P_2 &= \left(\frac{x_1}{2}\right)^\alpha \cdot (4y_1)^\beta = P_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha x_1^\alpha \cdot (4)^\beta y_1^\beta = \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha (4)^\beta x_1^\alpha \cdot y_1^\beta = \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha (4)^\beta P_1 \\
 2P_1 &= \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha (4)^\beta P_1 \\
 2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha (4)^\beta \\
 2 &= (2^{-1})^\alpha (2^2)^\beta \\
 2 &= (2)^{-\alpha} (2)^{2\beta} \\
 2 &= (2)^{-\alpha+2\beta} \\
 2^1 &= (2)^{-\alpha+2\beta} \\
 -\alpha + 2\beta &= 1 \\
 \text{Foi dito que } \alpha + \beta &= 1, \text{ então } \beta = 1 - \alpha. \text{ Segue que: } -\alpha + 2(1 - \alpha) = 1 \\
 -3\alpha &= -1 \\
 3\alpha &= 1 \\
 \alpha &= 1/3
 \end{aligned}$$

Resposta: b

(127) ANPAD RQ Q5 SET 2014 Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, \infty)$ uma função com as seguintes propriedades:

1. $f(1) = 2$
2. $f(a + b) = f(a) \cdot f(b)$
3. $f(-a) = \frac{1}{f(a)}$

Sendo $M = f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(10)$, o valor de M é:

- a) 246
- b) 513
- c) 1001
- d) 2047
- e) 4096

Resolução:

Pela propriedade #3, se $a = 0$ então $f(-0) = \frac{1}{f(0)}$, ou seja, $[f(0)]^2 = 1 \rightarrow f(0) = 1$.

Pela propriedade #2, $f(2) = f(1 + 1) = f(1) \cdot f(1) = 2 \cdot 2 = 4$, $f(2) = 4$.

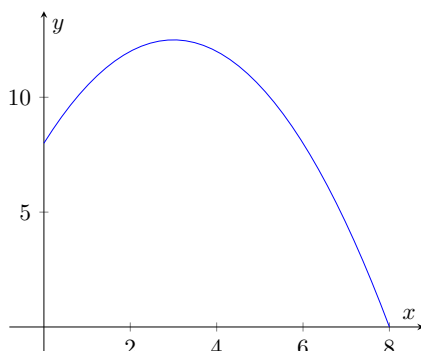
Pela propriedade #2, $f(3) = f(2 + 1) = f(2) \cdot f(1) = 4 \cdot 2 = 8$, $f(3) = 8$.

Observa-se que

$$M = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 + 512 + 1024 = 2047$$

Resposta: d

(128) ANPAD RQ Q17 SET 2014 Um objeto é lançado obliquamente de uma altura de 8m do solo horizontal. A figura a seguir ilustra a trajetória parabólica desse objeto associada a um par de eixos cartesianos.



Esse objeto atinge a altura máxima de sua trajetória quando sua projeção ortogonal sobre o solo está a 3m do eixo das ordenadas (eixo dos y) e cai sobre esse mesmo solo a 8m desse eixo.

Seja $y = Ax^2 + Bx + C$ a função polinomial do 2º grau que associa a altura, em metros, do objeto (dada por y) com a distância, em metros, de sua projeção ortogonal ao eixo das ordenadas (dada por x). Então, a soma $A + B + C$ é igual a

- a) 3,5
- b) 4
- c) 4,5
- d) 10
- e) 10,5

Resolução:

Notamos que os pontos $(0, 8)$ e $(8, 0)$ pertencem à parábola, isto é:

$$8 = A(0)^2 + B(0) + C$$

e

$$0 = A(8)^2 + B(8) + C$$

ou seja:

$$C = 8$$

e

$$64A + 8B + C = 0$$

então:

$$64A + 8B + 8 = 0$$

Outra informação é que o vértice da parábola se localiza em $x = 3$. Sabemos que:

$$x_v = \frac{-B}{2A}$$

$$3 = \frac{-B}{2A}$$

$$B = -6A$$

Assim:

$$64A + 8(-6A) + 8 = 0$$

$$64A - 48A = -8$$

$$16A = -8$$

$$A = -0,5$$

$$B = -6(-0,5) = 3$$

$$A + B + C = -0,5 + 3 + 8 = 10,5$$

Resposta: e

(129) ANPAD RQ FEV 2015 Se a soma de dois números reais x e y é igual a 8, qual é o menor valor possível para $S = x^2 + y^2$?

- a) 16
- b) 18
- c) 32
- d) 48
- e) 64

Resolução:

$$\min S = x^2 + y^2$$

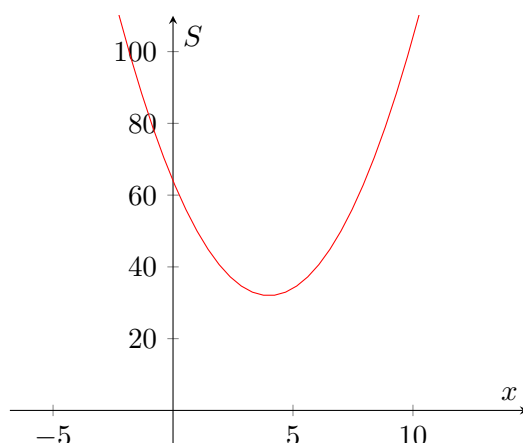
sujeito a:

$$x + y = 8$$

Um método de resolução é transformar S em uma função de 01 variável, fazendo $y = 8 - x$ e substituindo em S . Assim,

$$S = x^2 + (8 - x)^2 = x^2 + 64 - 16x + x^2 = 2x^2 - 16x + 64$$

Observamos que $S = 2x^2 - 16x + 64$ é uma função do segundo grau com concavidade para baixo.



O vértice fornecerá o valor de x que torna mínimo S :

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-16)}{2 \cdot 2} = 4$$

decore que $y = 4$ e $S = 4^2 + 4^2 = 32$.

Resposta: c

(130) ANPAD RQ Q7 SET 2016 Considere uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax^2 + 2x + 8$, $a \neq 0$. O gráfico da função f , definido pela equação $y = f(x)$, é uma parábola no plano cartesiano, plano esse que representa o conjunto $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) | x \in \mathbb{R} \text{ e } y \in \mathbb{R}\}$. Para todo $a \in \mathbb{R}^*$, o vértice de tal parábola pertence, necessariamente, à reta do plano cartesiano definida pela equação

- a) $y = 8$
- b) $y = 2x + 8$
- c) $y = -2x + 8$
- d) $y = x + 8$
- e) $y = -x + 8$

Resolução:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

- O parâmetro a determina a concavidade:
 - $a > 0$, concavidade voltada para cima;
 - $a < 0$, concavidade voltada para baixo;
- o vértice é o ponto:

$$(x_v, y_v) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$$

$$x_v = -\frac{2}{2a} = -\frac{1}{a}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(b^2 - 4ac)}{4a} = -\frac{(2^2 - 4 \cdot a \cdot 8)}{4a} = \frac{-4(1 - 8a)}{4a} = \frac{4(8a - 1)}{4a} = \frac{8a - 1}{a} = 8 - \frac{1}{a}$$

Então:

$$y_v = 8 + x_v$$

$$y_v = x_v + 8$$

Resposta: d

(131) ANPAD RQ SET 2010 Certa companhia que oferece serviços de TV por assinatura estima que, com q milhares de assinaturas, a receita e o custo (em milhares de reais) são dados, respectivamente, por $R(q) = 25q - 0,2q^2$ e $C(q) = 12(q + 5)$. Sabendo-se que o lucro consiste na diferença entre a receita e o custo, então o lucro máximo e o número de assinaturas que gera esse lucro são, respectivamente,

- a) R\$ 146.000,25 e 27.500
- b) R\$ 150.000,00 e 35.000
- c) R\$ 151.000,25 e 32.000
- d) R\$ 151.250,00 e 32.500
- e) R\$ 151.250,00 e 60.000

Resolução:

$$L(q) = R(q) - C(q)$$

$$L(q) = 25q - 0,2q^2 - 12(q + 5)$$

$$L(q) = 25q - 0,2q^2 - 12q - 60$$

$$L(q) = -0,2q^2 + 13q - 60 \quad (\text{função do segundo grau: } L(q) = aq^2 + bq + c)$$

- O gráfico de uma função do segundo grau tem o formato de uma parábola;
- Se o termo a for maior que zero ($a > 0$), temos uma parábola de concavidade para cima;
- Se o termo a for menor que zero ($a < 0$), temos uma parábola de concavidade para baixo;

Neste caso, temos $a = -0,2$, isto implica que temos concavidade para baixo. Ou seja, a função tem um máximo.

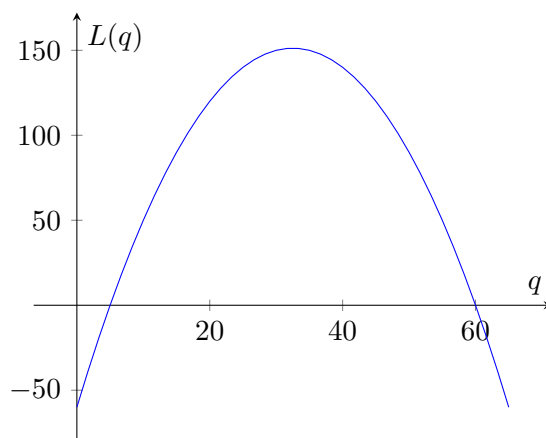
O valor de q que produz o valor máximo de L é encontrado no vértice da parábola:

$$q_{\text{vértice}} = \frac{-b}{2a} = \frac{-13}{2(-0,2)} = 32,5 \text{ (milhares)} = 32.500 \text{ unidades}$$

$$L(q) = -0,2q^2 + 13q - 60$$

$$L(32,5) = -0,2(32,5)^2 + 13(32,5) - 60$$

$$L(32,5) = 151,25 \text{ (milhares)} = \text{R\$}151.250,00$$



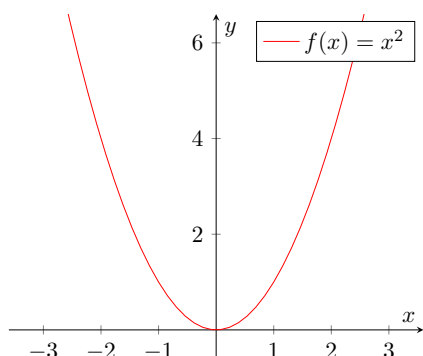
Resposta: d

- (132) ANPAD RQ SET 2011** A função f é par se $f(-x) = f(x)$, para todo x no domínio de f . Então, o gráfico de uma função par
- não apresenta simetria.
 - é simétrico com relação à origem.
 - é simétrico com relação à reta $y = x$.
 - é simétrico com relação ao eixo das abscissas.
 - é simétrico com relação ao eixo das ordenadas.

Resolução:

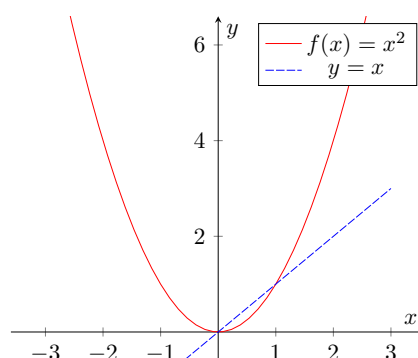
Vamos considerar uma função par muito simples: $f(x) = x^2$ não é simétrico em relação a reta $f(x) = x^2$ e analisar item por item. O gráfico $y = x$ desta função é mostrado abaixo.

- a) Percebemos que o gráfico apresenta sim uma simetria!



- b) Denota-se “origem” o ponto $(0,0)$. Nota-se que “o que acontece” a nordeste da origem não acontece a sudoeste da origem, assim a função não pode ser simétrica em relação a este ponto.

- c) A reta $y = x$ é mostrada no gráfico abaixo. O que acontece acima da reta não é igual ao que acontece abaixo. Então o gráfico da função par



- d) O “eixo das abscissas” é o eixo x . Novamente, o que acontece acima do eixo das abscissas é diferente do que acontece abaixo deste eixo (nada!).

- e) O “eixo das ordenadas” é o eixo y . Agora percebemos que o que acontece à esquerda do eixo das ordenadas é exatamente igual ao que acontece à direita deste eixo. Dizemos então que uma função par será simétrica em relação ao eixo das ordenadas!.

Resposta: e

(133) ANPAD RQ Q19 JUN 2012 Seja C o custo total definido por $C(x) = 3x^2 - 14x + 20$, em que x é a quantidade produzida. Então, o custo mínimo é

- a) $15/4$
- b) $11/3$
- c) $17/5$
- d) 4
- e) 5

Resolução:

- O gráfico de uma função do segundo grau tem o formato de uma parábola;
- Se $a > 0$, temos uma parábola de concavidade para cima;
- Se $a < 0$, temos uma parábola de concavidade para baixo;

Neste caso, temos $a = 3$, isto implica que temos concavidade para cima. Ou seja, a função tem um mínimo. O valor de x que produz o valor mínimo de C é encontrado no vértice da parábola:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-14)}{2(3)} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$$

$$C(x_v) = 3\left(\frac{7}{3}\right)^2 - 14\left(\frac{7}{3}\right) + 20 = \frac{49}{3} - \frac{98}{3} + 20 = -\frac{49}{3} + 20 = \frac{-49 + 60}{3} = \frac{11}{3}$$

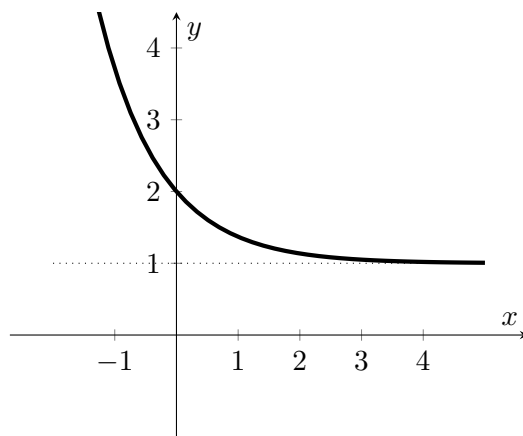
Resposta: b

(134) ANPAD RQ Q21 JUN 2018⁷⁷ Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função quadrática que satisfaz $f(1) = f(4)$. Qual o único valor de x , diferente de 2, que satisfaz a equação $f(2) = f(x)$?

- A) 0
- B) 3
- C) 5
- D) 8
- E) 16

⁷⁷ Resposta: B

(135) ANPAD RQ Q33 JUN 2018⁷⁸ O gráfico de uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é dado por:

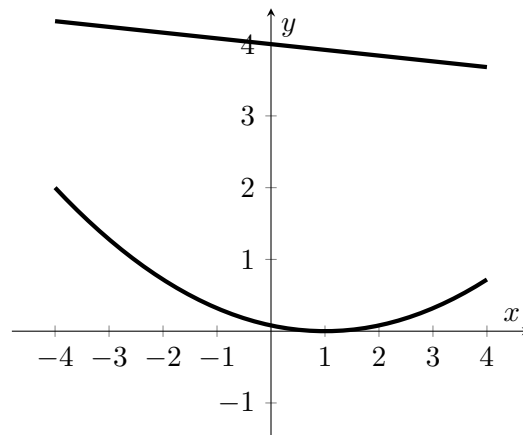


A julgar por seu comportamento decrescente, seu sinal positivo e seu comportamento assintótico relativamente à reta $y = 1$, a função f poderia estar algebricamente definida por:

- A) $f(x) = e^{-x}$.
- B) $f(x) = 1 - e^x$.
- C) $f(x) = 1 + e^x$.
- D) $f(x) = 1 - e^{-x}$.
- E) $f(x) = 1 + e^{-x}$.

⁷⁸Resposta: E

(136) ANPAD RQ Q26 SET 2018⁷⁹ A seguir são exibidos parcialmente os gráficos das funções $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = a \cdot (x - 1)^2$ e $g(x) = -bx + 4$, em que a e b são números reais positivos dados.



O produto de todas as raízes da equação $f(x) = g(x)$ é mais próximo de

- A) -16
- B) -1
- C) 0
- D) 4
- E) 50

⁷⁹ Resposta: A

(137) ANPAD RQ Q33 MAR 2019⁸⁰ A variável real y está escrita em função da variável real positiva x por meio da seguinte equação:

$$y = \frac{3 \log_2(x)}{4}$$

A variável x pode ser escrita em função da variável y por meio da equação

- A) $x = \sqrt[3]{y^{16}}$
- B) $x = \sqrt[3]{8^y}$
- C) $x = \sqrt[3]{16^y}$
- D) $x = \frac{16y}{3}$
- E) $x = \frac{8y}{3}$

⁸⁰ Resposta: C

(138) ANPAD RQ Q13 JUN 2013⁸¹ Considerando que $0^\circ < A \leq 90^\circ$, determine A , para que $\text{sen}(A)$, $\text{sen}(2A)$ e $\text{sen}(3A)$ formem, nesta ordem, uma progressão aritmética.

- a) $A = 0^\circ$
- b) $A = 30^\circ$
- c) $A = 45^\circ$
- d) $A = 60^\circ$
- e) $A = 90^\circ$

⁸¹ *Resposta: e*

(139) ANPAD RQ Q16 JUN 2010⁸² Dadas as sentenças:

I. $\log 2 + \log 5 = 1$

II. Se $x, y \in \mathbb{R}$ e $1 \leq x \leq 2$ e $5 \leq y \leq 8$, então o menor valor de x^{-y} é 1.

III. Um quinto de $(0, 25)^{20}$ é igual a $(0, 5)^{20}$

Associando-se a letra V às sentenças verdadeiras e a letra F às sentenças falsas, têm-se, respectivamente,

- a) VFF
- b) VFV
- c) VVV
- d) FVF
- e) FVV

⁸²Resposta: a

(140) ANPAD RQ Q26 MAR 2019⁸³ Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ a função definida por $f(x) = 2^x$. Sabe-se que uma função $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ é tal que $g(f(x)) = 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. A função g é definida por

A) $g(x) = \log_2(x^2)$

B) $g(x) = \log_2(x)$

C) $g(x) = 2\sqrt{x}$

D) $g(x) = \frac{2}{x}$

E) $g(x) = \frac{4^x}{x}$

⁸³Resposta: A

12 Estatística Descritiva

- Distribuição de Frequência;
- Medidas de Tendência Central: Média Aritmética Simples e Ponderada, Média Geométrica, Média Harmônica, Moda e Mediana;
- Quartis, Decis, Percentis;
- Medidas de Dispersão, Assimetria e Curtose: Amplitude Total, Intervalo Semi-Interquartilico, Desvio Médio Absoluto, Variância, Desvio Padrão e Coeficiente de Variação.

“A Estatística nada mais é do que o bom senso expresso em números.” - Pierre Simon Laplace

(141) ANPAD RQ Q24 MAR 2019⁸⁴ Considere o conjunto numérico A , formado por 10 números inteiros, cuja média aritmética é igual a zero. Sobre os elementos do conjunto A que não são negativos, é necessariamente verdade que

- A) A quantidade deles é igual à quantidade de elementos do conjunto A que não são positivos.
- B) A soma deles é igual ao simétrico da soma dos elementos do conjunto A que não são positivos.
- C) Eles devem ser iguais aos simétricos dos elementos de A que não são positivos.
- D) Algum deles é igual ao simétrico da soma dos demais.
- E) Eles devem ser iguais a zero.

⁸⁴Resposta: B

(142) ANPAD RQ Q34 JUL 2019⁸⁵ Em uma amostra de 3 pessoas, a média de massa da amostra, ao se retirar Ana, aumenta em 25%. Se, em vez de Ana, retirarmos Bruna, a média diminui para $\frac{2}{3}$ da média original.

Qual é a razão entre a massa de Ana e a de Bruna?

- A) $\frac{2}{3}$
- B) $\frac{3}{5}$
- C) $\frac{2}{5}$
- D) $\frac{1}{3}$
- E) $\frac{3}{10}$

⁸⁵ *Resposta: E*

(143) ANPAD RQ Q27 JUL 2019⁸⁶ Sabe-se que uma turma fez uma prova cujas notas foram distribuídas entre 0 e 10. Imaginando situações em que a média aritmética das notas obtidas se torne arbitrariamente próxima de zero, ou de 10, o desvio-padrão das notas, necessariamente, se aproximará

- A) de 5.
- B) de 1.
- C) de 10.
- D) de zero.
- E) da média aritmética.

⁸⁶ *Resposta: D*

(144) ANPAD RQ Q18 JUL 2019⁸⁷ A média das medidas de massa de água presente em 20 tanques industriais é igual a 300kg. Uma massa de água que mede 1500kg foi distribuída aleatoriamente pelos 20 tanques industriais, sem que houvesse vazamentos ou transbordamentos.

Após tal distribuição, qual será a média, em quilograma (Kg), das medidas de massa de água presentes nos 20 tanques?

- A) 75
- B) 90
- C) 375
- D) 390
- E) 900

⁸⁷ *Resposta: C*

(145) ANPAD RQ Q21 FEV 2018 Considere o conjunto de cinco dados numéricos $D = \{3; 8; 2; 12; 4\}$, no qual cada um ocorre com frequência igual a 1. Um sexto dado será inserido no conjunto D , também com frequência igual a 1, de modo que a mediana do novo conjunto de dados será a mediana dos dados do conjunto D original, acrescida de 1,5.

Após a inserção desse sexto dado, a média aritmética dos dados passará a ser igual a

- A) 4,0
- B) 5,4
- C) 5,5
- D) 6,0
- E) 7,0

Resolução:

Cálculo da mediana do conjunto D :

Ordenação de D : 2, 3, 4, 8, 12

$$M_{ed}(D) = 4$$

O número central é 4, se, por exemplo, o sexto dado for igual a 4 a mediana será $(4 + 4)/2 = 4$, ou seja, o novo dado deve ser maior que 4. Dessa forma o novo dado deverá ser 7, já que $(4 + 7)/2 = 5,5$
Nova média:

$$\bar{x} = \frac{2 + 3 + 4 + 7 + 8 + 12}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

Resposta: D

(146) ANPAD RQ Q12 SET 2014 Considere o seguinte rol de quatro observações:

$$4, 4, 7, 9$$

Sejam x , y e z , respectivamente, os valores da média aritmética, da mediana e o desvio padrão desse rol.

Uma nova observação é feita e seu valor é igual a x . Essa nova observação é acrescentada ao rol. A mediana e o desvio padrão desse novo rol com cinco observações são, respectivamente,

- a) menor que y e igual a z .
- b) maior que y e igual a z .
- c) igual a y e menor que z .
- d) igual a x e menor que z .
- e) igual a x e igual a z .

Resolução:

Cálculo da média:

$$x = \frac{4 + 4 + 7 + 9}{4} = 6$$

Cálculo da mediana:

$$y = \frac{4 + 7}{2} = 5,5$$

Cálculo do desvio padrão:

$$z = \sqrt{\frac{(4-6)^2 + (4-6)^2 + (7-6)^2 + (9-6)^2}{4-1}} = \sqrt{\frac{4+4+1+9}{3}} = \sqrt{\frac{18}{3}} = \sqrt{6} = 2,45$$

Acrescentando ao rol:

$$4, 4, 6, 7, 9$$

Cálculo da mediana após acréscimo:

$$y' = 6$$

Cálculo da média após acréscimo:

$$x' = \frac{4 + 4 + 6 + 7 + 9}{5} = 6$$

Cálculo do desvio padrão após acréscimo:

$$z' = \sqrt{\frac{(4-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2 + (9-6)^2}{5-1}} = \sqrt{\frac{4+4+1+9}{3}} = \sqrt{\frac{18}{3}} = \sqrt{4,5} = 2,12$$

Conclusões: $x' = x$, $y' > y$, $z' < z$

Resposta: d

(147) ANPAD RQ Q24 SET 2017 Vinte alunos fizeram uma prova de matemática. Dez alunos obtiveram nota 9, e os dez restantes obtiveram nota 7. O desvio-padrão das 20 notas obtidas é igual a

- A) 0
- B) 2,0
- C) 0,1
- D) 8,0
- E) 1,0

Resolução:

Cálculo da média:

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 9 + 10 \cdot 7}{20} = \frac{90 + 70}{20} = \frac{160}{20} = 8$$

Cálculo do desvio-padrão:

$$\sigma = \sqrt{\frac{10(9 - 8)^2 + 10(7 - 8)^2}{20}} = \sqrt{\frac{10 + 10}{20}} = 1$$

Resposta: E

13 Cálculo de Probabilidades

- Experimento Aleatório, Espaço Amostral, Evento.
- Eventos Certos, Evento Impossível, Eventos Mutuamente Exclusivos, Evento Complementar.
- Eventos equiprováveis e não equiprováveis.
- Probabilidade Condicional e o Teorema de Bayes.
- Regra do Produto. Regra do Produto para Eventos Independentes.

“Nada mais prático que uma boa teoria.” - Prof. Floriano Freitas Filho

(148) ANPAD RQ Q25 MAR 2019⁸⁸ Considere um dado com a forma de um cubo, cujas faces são numeradas de 1 a 6. Esse dado não é honesto: a probabilidade de se obter um número par qualquer como resultado de um lançamento é igual ao dobro da probabilidade de se obter um número ímpar qualquer.

Lançando-se esse dado por duas vezes seguidas, qual é a probabilidade de a soma dos dois resultados obtidos ser igual a 11?

- A) $1/36$
- B) $1/18$
- C) $1/6$
- D) $2/81$
- E) $4/81$

⁸⁸ *Resposta: E*

(149) ANPAD RQ Q19 MAR 2019 Considere todos os números inteiros e positivos que são formados por quatro algarismos e cujo produto é igual a 8. Um desses números foi escolhido ao acaso e, em seguida, um dos seus quatro algarismos foi também escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade de o algarismo ser igual a 1?

- A) $1/10$
- B) $1/8$
- C) $1/3$
- D) $1/2$
- E) $3/4$

Resolução:

1124

$$P_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12 \text{ possibilidades}$$

1222

$$P_4^3 = \frac{4!}{3!} = 4 \text{ possibilidades}$$

1118

$$P_4^3 = \frac{4!}{3!} = 4 \text{ possibilidades}$$

$$P(1) = \frac{12}{20} \times \frac{2}{4} + \frac{4}{20} \times \frac{1}{4} + \frac{4}{20} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10} + \frac{1}{20} + \frac{3}{20} = \frac{1}{2}$$

Resposta: D

(150) ANPAD RQ Q19 JUL 2019⁸⁹ A figura mostra um dado honesto, de forma cúbica, cujas seis faces são numeradas como a seguir:

- duas faces são numeradas com 2;
- duas faces são numeradas com 4;
- duas faces são numeradas com 6.

Se três dados idênticos ao dado descrito acima forem lançados simultaneamente, qual é a probabilidade de a soma dos três resultados ser igual a 10?

- A) $1/9$
- B) $1/7$
- C) $1/6$
- D) $2/9$
- E) $1/3$

⁸⁹ *Resposta: D*

(151) ANPAD RQ Q1 SET 2014 Pedro estava na dúvida se iria passar a tarde estudando ou se iria à praia com a namorada. Para ficar com a consciência tranquila, resolveu deixar a sorte decidir. Ele lançaria uma moeda no máximo cinco vezes e, se em algum momento desse cara, iria à praia com a namorada; se não desse nenhuma cara nos cinco lançamentos, iria estudar. Sabendo que os três primeiros lançamentos deram coroa, qual é a probabilidade de Pedro ir à praia com a namorada?

- a) $1/8$
- b) $1/4$
- c) $3/8$
- d) $3/4$
- e) $1/2$

Resolução:

Os lançamentos da moeda são independentes entre si. Isto significa que os dois lançamentos que ainda restam não serão influenciados pelos três que já ocorreram. Nos próximos dois lançamentos poderíamos ter:

Primeira possibilidade: CO, CO

Segunda possibilidade: CA, CO

Terceira possibilidade: CO, CA

Quarta possibilidade: CA, CA

Notamos que 03 possibilidades são favoráveis de um total de 04. Assim:

$$\text{Probabilidade de ir à praia} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número total de casos}} = \frac{3}{4}$$

Resposta: d

(152) ANPAD RQ Q20 SET 2017 Em uma urna, há três dados de forma cúbica e com seis faces numeradas de 1 a 6. Dois desses dados são viciados, e o outro dado é honesto. Em cada dado viciado, a probabilidade de qualquer um dos números 1, 2, 3, 4 e 5 ser resultado de seu lançamento é a mesma, mas a probabilidade de o resultado ser 6 é igual a $1/2$. No dado honesto, qualquer um dos seis números tem igual probabilidade de ser resultado de um lançamento.

Um dado foi retirado ao acaso da urna e, em seguida, foi lançado.

Qual é a probabilidade de o resultado do lançamento do dado retirado ser 2?

- A) $1/6$
- B) $2/15$
- C) $5/18$
- D) $7/18$
- E) $11/90$

Resolução:

A probabilidade de ser 2 é igual a probabilidade do dado retirado ser viciado E o resultado do lançamento ser 2 OU do dado não ser viciado E o resultado do lançamento ser 2.

$$P(2) = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1 - \frac{1}{2}}{5}\right) + \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{6}\right)$$

$$P(2) = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{10}\right) + \left(\frac{1}{18}\right)$$

$$P(2) = \left(\frac{2}{30}\right) + \left(\frac{1}{18}\right)$$

$$P(2) = \left(\frac{1}{15}\right) + \left(\frac{1}{18}\right)$$

$$P(2) = \left(\frac{6 + 5}{90}\right)$$

$$P(2) = \left(\frac{11}{90}\right)$$

Resposta: E

(153) ANPAD RQ Q19 JUN 2010⁹⁰ Sabe-se que, para cada lote de 50 unidades produzido e vendido por uma metalúrgica, $1/5$ das unidades apresenta defeito. Mário, representante de certa empresa, comprará dessa metalúrgica se, ao extrair três itens de um lote qualquer (de forma aleatória e com reposição), obtiver nenhuma peça com defeito. A probabilidade de Mário adquirir o produto dessa metalúrgica é de, aproximadamente,

- a) 0,6
- b) 0,5
- c) 0,4
- d) 0,3
- e) 0,2

⁹⁰ *Resposta: b*

14 Matemática Financeira Elementar

- Razões. Proporções. Regra de três.
- Porcentagens, descontos, acréscimos.
- Juros simples e compostos.

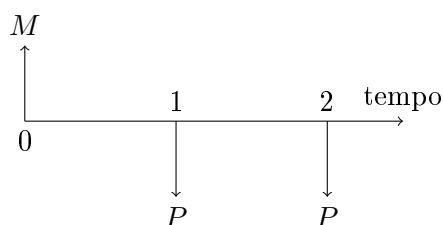
“A matemática é difícil para todo mundo.” - Edward R. Scheinerman

(154) ANPAD RLQ FEV 2022 Uma TV é vendida, à vista, por M reais. Caso o cliente queira parcelar a compra, será cobrada uma taxa de juros de $J\%$ ao mês. Um cliente comprou a TV em duas parcelas iguais, sendo a primeira parcela paga um mês após a compra.

Qual foi o valor das parcelas em função de M e J ?

- A) $M \cdot \frac{(1+J)^2 \cdot J}{2+J}$
 B) $M \cdot \frac{(1+J)^2}{(1+J)^2 - J}$
 C) $M \cdot \frac{(1+J)^2}{2+J}$
 D) $M \cdot \frac{(1+J)^2}{1+J}$
 E) $M \cdot \frac{(1+J)^2 \cdot J}{1+J}$

Resolução:



$$M = \frac{P}{(1+J)^1} + \frac{P}{(1+J)^2}$$

$$M = \frac{P(1+J) + P}{(1+J)^2}$$

$$M = \frac{P(2+J)}{(1+J)^2}$$

$$P = \frac{M(1+J)^2}{(2+J)}$$

Alternativa C.

(155) ANPAD RLQ Q07 SET 2021⁹¹ O preço de um produto foi corrigido 4 vezes durante o ano de 2020: foram dados três aumentos consecutivos de 20% e um desconto de 60%, todos em incidência composta.

O preço obtido ao final das quatro correções é:

- A) 12,8% menor que o preço inicial.
- B) igual ao preço inicial.
- C) 12,8% maior que o preço inicial.
- D) 30,88% menor que o preço inicial.
- E) 30,88% maior que o preço inicial.

⁹¹ *Resposta: D*

(156) ANPAD RLQ Q14 MAR 2020⁹² Maria contraiu uma dívida de R\$ 10.000,00 a ser paga sobre o regime de juros compostos de 5% ao mês. No primeiro mês, ela pagou uma parcela de R\$ 1.000,00 e, no segundo mês, de R\$ 1.975,00.

Qual o saldo devedor de Maria no terceiro mês, já considerando a incidência dos juros?

- A) R\$ 7.500,00
- B) R\$ 7.848,50
- C) R\$ 8.400,00
- D) R\$ 8.850,50
- E) R\$ 9.150,00

⁹² *Resposta: C*

(157) ANPAD RLQ Q06 SET 2020⁹³ Segundo um órgão regulador, o valor real do salário de João, em 2020, foi alvo de uma desvalorização acumulada de 20%, quando comparado ao seu valor real em 2018. Para recuperar o mesmo valor real que tinha em 2018, será suficiente corrigir o salário de 2020 com um aumento de

- () 10%.
- () 25%.
- () 12,5%.
- () 40%.
- () 20%.

⁹³ *Resposta:*

(158) ANPAD RLQ Q04 NOV 2020⁹⁴ Em uma loja, o preço de um produto é R\$ 50,00 e deve ser aumentado em 10,84%. Há várias formas diferentes de se calcular o valor do aumento a ser dado. Por exemplo, o aumento a ser dado é o resultado obtido ao se calcular

- A) 11% de R\$ 49,84
- B) 11% de R\$ 50,16
- C) 21,68% de R\$ 100,00
- D) 10% de R\$ 50,84
- E) 50% de R\$ 10,84

⁹⁴ *Resposta: E*

(159) ANPAD RQ Q28 MAR 2019⁹⁵ Um montante foi obtido ao final de 12 incidências de uma taxa de juros compostos de 5% sobre determinado capital inicial.

O mesmo montante teria sido obtido ao final de apenas 6 incidências se a taxa de juros compostos utilizada fosse de

- A) 2,5%
- B) 10,0%
- C) 10,025%
- D) 10,25%
- E) 102,5%

⁹⁵ *Resposta: D*

(160) ANPAD RQ Q5 SET 2013⁹⁶ Quando aplicamos um montante M em um investimento que rende $R\%$ ao mês, o valor a ser resgatado P , isento de taxações, após n meses é dado por

$$P = M \cdot \left(\frac{100 + R}{100} \right)^n$$

O número de meses necessários para se obter um lucro superior ou igual a 10% sobre o montante aplicado é o menor valor inteiro superior ou igual a

a)

$$\frac{\ln \left(\frac{P}{M} \right)}{\ln \left(1 + \frac{R}{100} \right)}$$

b)

$$\frac{\ln (1,1M)}{\ln \left(\frac{100+R}{100} \right)}$$

c)

$$\log_{\frac{100+R}{100}} \left(\frac{P}{M} \right)$$

d)

$$\log_{\frac{100+R}{100}} \left(\frac{1}{10} \right)$$

e)

$$\log_{\frac{100+R}{100}} \left(\frac{11}{10} \right)$$

⁹⁶Resposta: e

(161) ANPAD RQ Q26 JUN 2017 Um capital inicial C_0 será corrigido mensalmente por meio de uma taxa de juros compostos de 8%, sem que sejam feitos saques ou aplicações adicionais. Contando a partir da aplicação do capital inicial C_0 , no início de um mês, seja T o número de meses necessários para que o montante ultrapasse, pela primeira vez, o triplo de C_0 .

O número T é mais próximo de

- a) $\frac{\log_{10}(3)}{\log_{10}(27) - \log_{10}(25)}$
- b) $50(\log_{10}(27) - \log_{10}(25))$
- c) $\log_3(27) - \log_3(25)$
- d) $3 \log_{10}(108)$
- e) $100 \sqrt[25]{3^{27}}$

Resolução:

$$\begin{aligned}M &= C(1 + i)^t \\3C_0 &= C_0(1 + 0,08)^T \\3 &= (1,08)^T \\3 &= (27/25)^T \\\log_{10}(3) &= \log_{10}((27/25)^T) \\\log_{10}(3) &= T \log_{10}(27/25) \\T &= \frac{\log_{10}(3)}{\log_{10}(27/25)} \\T &= \frac{\log_{10}(3)}{\log_{10}(27) - \log_{10}(25)}\end{aligned}$$

Resposta: a

(162) ANPAD RQ Q26 SET 2017 Uma empresa foi condenada a pagar R\$ 10.000,00 a um cliente, devido a uma cobrança indevida. A indenização deverá ser atualizada monetariamente por dois meses, com taxas mensais de correção 0,5% no primeiro mês e 0,7% no segundo mês.

Sabendo que a incidência das correções se dá em regime composto, qual é o valor da indenização corrigida?

- A) R\$ 10.120,35
- B) R\$ 10.000,35
- C) R\$ 11.235,00
- D) R\$ 10.035,00
- E) R\$ 10.350,00

Resolução:

Regime de juros compostos: $M = C(1 + i)^t$

$$M_1 = 10000(1 + 0,005)^1 = 10050$$

$$M_2 = 10050(1 + 0,007)^1 = 10120,35$$

Resposta: A

15 Cálculos de Pagamentos, Perdas, Correções e Amortizações

- Equivalência de taxas, taxas nominais, efetivas e reais.
- Equivalência de capitais.
- Séries de pagamentos uniformes e variáveis.
- Depreciação.
- Sistemas de amortização de empréstimos.
- Correção monetária.

“A melhor parte da matemática é a alegria que vivenciamos ao praticar essa arte.”
- Edward R. Scheinerman

(163) ANPAD RLQ Q07 MAR 2020⁹⁷ Uma empresa manteve os salários de seus empregados congelados durante os anos de 2017, 2018 e 2019. Uma pesquisa apontou que, em cada um desses anos, os salários se desvalorizaram em 10%. Em 2020 está previsto um único aumento, de modo a recompor as perdas salariais desde 2017, sem ganhos adicionais.

O aumento a ser dado, sobre o salário final de 2019, está mais próximo de

- A) 30%
- B) 31%
- C) 35%
- D) 37%
- E) 40%

⁹⁷ Resposta: D

(164) ANPAD RQ Q29 OUT 2019⁹⁸ Em 2009, a taxa de inflação de certo país foi de 4% a.a. e, em 2010, foi de 15% a.a..

Qual foi aproximadamente a taxa de desvalorização da moeda desse país referente ao período desses dois anos?

- A) 19%
- B) 18%
- C) 17%
- D) 16%
- E) 15%

⁹⁸ *Resposta: D*

(165) ANPAD RQ Q24 OUT 2019⁹⁹ O financiamento da compra de certo produto de R\$ 10.000,00 foi feito através do sistema de amortização constante (SAC), a ser quitado em cinco meses.

Se as prestações pagas ao longo dos meses forem diminuindo 40 reais a cada mês, então qual foi a taxa de juros mensal do financiamento?

- A) 1,5%
- B) 2%
- C) 2,5%
- D) 3%
- E) 3,5%

⁹⁹ *Resposta: B*

(166) ANPAD RQ Q18 FEV 2018 Considere dois fundos de investimento cujas rentabilidades serão comparadas por um cliente de um banco. Na comparação, será considerado que a aplicação inicial em ambos os fundos será a mesma e que não haverá depósitos adicionais, nem retiradas, nos períodos de capitalização. No primeiro fundo, a capitalização durará 360 meses e se dará a juros mensais de 2%, no regime composto. No segundo fundo, a capitalização durará 120 meses. O cliente deseja determinar a taxa mensal de juros a ser oferecida pelo segundo fundo, em regime composto, para que, ao final dos 120 meses, o montante por ele gerado seja igual àquele alcançado pelo primeiro fundo ao final dos 360 meses.

Essa taxa mensal de juros é mais próxima de

- A) 6,00%
- B) 6,06%
- C) 6,12%
- D) 6,20%
- E) 6,61%

Resolução:

Regime de juros compostos: $M = C(1 + i)^t$

Aplicando a função log em ambos os lados:

Primeiro fundo: $M_1 = C(1 + 0,02)^{360}$

$$\log((1,02)^{360}) = \log((1 + i)^{120})$$

Segundo fundo: $M_2 = C(1 + i)^{120}$

$$360 \log(1,02) = 120 \log(1 + i)$$

Condição de montantes iguais: $M_1 = M_2$

$$\log(1 + i) = \frac{360 \log(1,02)}{120} = 3 \log(1,02)$$

$$C(1 + 0,02)^{360} = C(1 + i)^{120}$$

$$\log(1 + i) = 3 \log(1,02)$$

$$(1,02)^{360} = (1 + i)^{120}$$

Retirando o log:

$$[(1,02)^3]^{120} = (1 + i)^{120}$$

$$1 + i = (1,02)^3$$

$$(1,02)^3 = (1 + i)$$

$$i = (1,02)^3 - 1$$

$$i = (1,02)^3 - 1$$

$$i = 0,061208 \quad (6,1208\%)$$

$$i = 0,061208 \quad (6,1208\%)$$

Resposta: C

(167) ANPAD RQ Q10 SET 2014 Entre os modelos de amortização de empréstimos há um conhecido como Sistema de Amortização Constante (SAC). Nele, as prestações são sucessivas e periódicas, e o valor de cada uma delas é a soma dos juros sobre o saldo devedor com um valor fixo a ser amortizado a cada prestação. Dessa forma, as prestações são decrescentes, porque o valor amortizado é sempre o mesmo, mas os juros vão diminuindo.

Um empréstimo de R\$ 5.000,00 será liquidado em 4 prestações mensais consecutivas pelo SAC. A primeira prestação será paga um mês após a sua contratação. Se a taxa de juros for de 10% ao mês, o valor da terceira prestação será igual a

- a) R\$ 1.375,00
- b) R\$ 1.500,00
- c) R\$ 1.625,00
- d) R\$ 1.750,00
- e) R\$ 2.000,00

Resolução:

O SAC segue as seguintes regras:

- A amortização é constante a cada período (mês):

$$A = \frac{\$5000}{4} = \$1250$$

- Os juros incidem sobre o saldo devedor;
- Cada parcela é a soma da amortização constante mais os juros decrescentes;
- Dessa forma as parcelas são decrescentes, formando uma Progressão Aritmética.

A tabela abaixo determina cada uma das quatros parcelas. A terceira tem valor de \$1.500,00.

Pagamento	Saldo devedor	Juros	Amortização	Parcela
1	5000	500	1250	1750
2	3750	375	1250	1625
3	2500	250	1250	1500
4	1250	125	1250	1375

Resposta: b

(168) ANPAD RQ Q11 SET 2014 A correção monetária consiste nos reajustes feitos com a finalidade de preservar o poder de compra do dinheiro, ou seja, para que a moeda não sofra perdas reais do seu valor econômico por causa da inflação. Uma pessoa aplicou um capital em uma modalidade de investimento que lhe proporcionou rendimento de 10%. Entretanto, esse dinheiro sofreu perda real de valor, porque, nesse mesmo período, a inflação foi de 13,85%. Para que o capital investido recupere o seu valor de compra, é necessário que seja submetido a uma correção monetária de

- a) 3,00%
- b) 3,05%
- c) 3,50%
- d) 3,80%
- e) 3,85%

Resolução:

Suponha que o capital aplicado seja \$100 e que um produto qualquer custe \$10. Então o poder de compra seria:

$$PC = \frac{100}{10} = 10$$

O capital foi aplicado e rendeu 10%, enquanto que o produto aumentou para 11,385 ($10 + 0,1385 \cdot 10$). O novo poder de compra seria menor:

$$PC' = \frac{110}{11,385} = 9,66$$

Para que o capital investido recupere seu poder de compra seria necessário fazer uma correção monetária de $i\%$ de forma que:

$$\begin{aligned}\frac{110 + \frac{i}{100}110}{11,385} &= 10 \\ \frac{110 + 1,1i}{11,385} &= 10 \\ 1,1i &= 113,85 - 110 \\ i &= \frac{3,85}{1,1} \\ i &= 3,5\end{aligned}$$

Resposta: c

(169) ANPAD RQ Q23 SET 2017 João combinou o pagamento de uma dívida de R\$ 100.000,00 em 10 prestações, com juros de 1% ao mês e de acordo com o sistema de amortização constante. Após pagar as primeiras 4 prestações, João percebeu que poderia usar seu fundo de garantia para liquidar a dívida.

Quantos reais João economizará, em juros futuros, se liquidar a sua dívida no quinto mês?

- A) R\$ 1.500,00
- B) R\$ 2.100,00
- C) R\$ 1.000,00
- D) R\$ 1.700,00
- E) R\$ 900,00

Resolução:

No Sistema de Amortização Constante (SAC) temos que:

$$\text{Amortização} = \frac{\text{Principal}}{\text{Prazo}}$$

$$\text{Juros} = \text{Taxa de juros} \times \text{Saldo devedor anterior}$$

$$\text{Prestação} = \text{Amortização} + \text{Juros}$$

$$\text{Saldo devedor atual} = \text{Saldo devedor anterior} - \text{Amortização}$$

dessa forma, a amortização é constante e os juros são decrescentes.

Data	Amortização	Saldo devedor	Juros	Prestação
1	10000	100000	1000	11000
2	10000	90000	900	10900
3	10000	80000	800	10800
4	10000	70000	700	10700
5	10000	60000	600	10600
6	10000	50000	500	10500
7	10000	40000	400	10400
8	10000	30000	300	10300
9	10000	20000	200	10200
10	10000	10000	100	10100

Soma de juros futuros a partir da sexta prestação: $500 + 400 + 300 + 200 + 100 = R\$1.500,00$.

Resposta: A

(170) ANPAD RQ Q14 SET 2013¹⁰⁰ Foi concedido um empréstimo de R\$ 1.000.000,00 a uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, a ser reembolsado em quatro anos de acordo com o sistema de amortização constante (SAC). O total de juros acumulado ao final dos quatros anos corresponde a que percentual do empréstimo concedido?

- a) 10%
- b) 12,5%
- c) 20%
- d) 25%
- e) 28%



¹⁰⁰ *Resposta: d*